

# Universidade Federal do Ceará

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS  
MESTRADO ACADÊMICO NA ÁREA INTERDISCIPLINAR



PROVA ESCRITA - ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

NOME: \_\_\_\_\_

INSCRIÇÃO SIGAA: \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_\_

## INSTRUÇÕES

- Verifique se este caderno contém 16 questões, numeradas de 1 a 16, caso contrário, reclame imediatamente ao fiscal da sala um outro caderno. Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa. Você deve ler cuidadosamente cada uma das questões e escolher a resposta certa.
- Essa resposta deve ser marcada na FOLHA DE RESPOSTAS que você recebeu, utilizando-se de caneta esferográfica.

## VOCÊ DEVE

- Procurar, na FOLHA DE RESPOSTAS, o número da questão que você está respondendo. Verificar no caderno de prova qual a letra (A,B,C,D,E) da resposta que você escolheu. Marcar essa letra na FOLHA DE RESPOSTAS.

## ATENÇÃO

- Marque na FOLHA DE RESPOSTAS o **tipo de prova** que você escolheu realizar na inscrição. Sua pontuação será obtida de acordo com esta marcação.
- Não serão computadas questões não assinaladas, que contenham mais de uma resposta, emenda ou rasura e FOLHA DE RESPOSTAS sem assinatura do candidato.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta.
- Você só poderá utilizar caneta, lápis e borracha para a realização desta prova.
- Você terá 4 horas para responder a todas as questões da prova e preencher a FOLHA DE RESPOSTAS.
- Ao término da prova devolva as provas ao aplicador, juntamente com sua FOLHA DE RESPOSTAS.
- Proibida a divulgação ou impressão parcial ou total da presente prova. Direitos Reservados

## ÁREA DE ESTATÍSTICA

1. O departamento pessoal de uma certa empresa retirou uma amostra de 120 salários dos funcionários do setor administrativo, obtendo os resultados da tabela abaixo.

Faixa salarial (s.m.)	Frequência relativa
0 † 2	0,25
2 † 4	0,40
4 † 6	0,20
6 † 8	0,15

Se for concedido um aumento de 100% para todos os funcionários, é correto afirmar que a média salarial resultante é de:

- A) 2,5 salários mínimos.
  - B) 3,5 salários mínimos.
  - C) 4,5 salários mínimos.
  - D) 5 salários mínimos.
  - E) 7 salários mínimos.
2. A figura abaixo representa o diagrama de ramos-e-folhas das notas de uma avaliação da apazível disciplina de Probabilidade e Estatística no ano de 2018.

```
0 | 008
2 | 22577
3 | 57
4 | 00025
5 | 0007
6 | 00
7 | 0
9 | 0
```

É correto afirmar que:

- A) A distribuição das notas é simétrica.
- B) A nota média foi 4,5.
- C) A nota mediana é 4,0.

- D) A nota modal foi 6.
- E) 75% dos alunos tiraram nota inferior a 4.

3. Considere um Modelo de Regressão Linear Simples (MRLS) da forma

$$y_i = \beta_0 + \beta_1(x_i - \bar{x}) + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, 17.$$

em que  $x_i$  representa o ano  $2000 + i$ ,  $y_i$  representa o valor do lucro de uma empresa no ano  $x_i$ ,  $\beta_0$  e  $\beta_1$  são parâmetros desconhecidos e  $e_i$  representa uma fonte de variação com as suposições básicas associadas ao MRLS. Com base no estimador de mínimos quadrados, obteve-se a estimativa  $\hat{\beta}_1 = 2$ . Sabendo que  $\bar{y} = 3$  é correto afirmar que a estimativa de mínimos quadrados de  $\beta_0$  e o valor estimado de  $\mathbb{E}[y_i - y_{i-1}]$  para  $i \geq 1$  são dados, respectivamente, por:

- A)  $\hat{\beta}_0 = 0$  e 3.
  - B)  $\hat{\beta}_0 = 0$  e 2.
  - C)  $\hat{\beta}_0 = 0$  e 1.
  - D)  $\hat{\beta}_0 = 3$  e 2.
  - E)  $\hat{\beta}_0 = 3$  e  $1 + i$ .
4. Suponha que em uma amostra aleatória de 45 funcionários de uma grande empresa seja selecionada. Seja  $\mu$  o salário médio (expresso em R\$) dos funcionários dessa empresa e considere que o intervalo de confiança com 95% obtido seja (R\$ 2.300, R\$ 3.500). É correto afirmar que:
- A) Um intervalo de confiança de 90% obtido dessa amostra teria sido mais estreito que o intervalo acima.
  - B) Existe 95% de chance do verdadeiro salário médio dos funcionários estar entre R\$ 2.300 e R\$ 3.500.
  - C) Podemos estar certos de que 95% dos funcionários têm salários entre R\$ 2.300 e R\$ 3.500
  - D) Se o processo de seleção de uma amostra de tamanho 45 e de cálculo do intervalo de confiança de 95% correspondente for repetido 100 vezes, em média, 95 dos intervalos resultantes incluirão  $\mu$ .
  - E) Se o processo de seleção de uma amostra de tamanho 45 e de cálculo do intervalo de confiança de 90% correspondente for repetido 100 vezes, 90 dos intervalos resultantes incluirão  $\mu$ .
5. Considere que em um determinado grupo de 80 pessoas existam 25 estatísticos, 35 matemáticos, 40 cientistas da computação. Sabe-se que neste grupo todas as pessoas possuem formação em pelo menos uma destas 3 profissões, que não existe

nenhuma pessoa que é formada em estatística e em cientista da computação, e que o número de pessoas que tem formação em estatística e em matemática é igual ao número de pessoas que tem formação em matemática e em ciências da computação. Se uma pessoa é escolhida ao acaso deste grupo, é correto afirmar que:

- A) A probabilidade da pessoa escolhida ter formação apenas ciência da computação é 0,5.
  - B) A probabilidade da pessoa escolhida ter formação apenas em matemática é aproximadamente 0,31.
  - C) A probabilidade da pessoa escolhida ter formação apenas em estatística é aproximadamente 0,31.
  - D) A probabilidade da pessoa escolhida ter formação em matemática e em ciência da computação é aproximadamente 0,21.
  - E) A probabilidade da pessoa escolhida não ter formação em ciência da computação é 0,75.
6. Suponha que a cada rodada de um jogo você tem o dobro de chance de vitória sobre o seu oponente, independente dos resultados das demais rodadas, e que a cada rodada necessariamente um dos dois sai vencedor. Considerando que o jogo possui 5 rodadas e que o vencedor do jogo é aquele que vence mais rodadas, é correto afirmar que:
- A) A probabilidade de você vencer o jogo é maior que  $2/3$ .
  - B) A probabilidade de você vencer o jogo é  $2/3$ .
  - C) A probabilidade de você vencer as duas primeiras rodadas é pelo menos igual a 0,5.
  - D) A probabilidade de você vencer as duas primeiras rodadas é o dobro da probabilidade de você perder as duas primeiras rodadas.
  - E) Nenhuma das alternativas anteriores está correta.
7. Suponha que a probabilidade do jogador José ser escalado como titular para uma partida do seu time é  $3/4$ . Suponha ainda que quando José é escalado como titular, seu time vence a partida com probabilidade 0,7, empata com probabilidade 0,2 e perde com probabilidade 0,1. Por outro lado, quando José não é escalado, seu time perde com probabilidade 0,7, empata com probabilidade 0,2 e ganha com probabilidade 0,1. É correto afirmar que:
- A) A probabilidade do time de José vencer uma partida é 0,5.
  - B) A probabilidade do time vencer uma partida e José não ser escalado como titular é maior que 0,25.

- C) Sabendo que o time de José empatou uma partida, é mais provável que José não tenha sido escalado como titular nesta partida.
  - D) Sabendo que o time de José perdeu uma partida, a probabilidade que José tenha sido escalado como titular nesta partida é igual a 0,25.
  - E) Sabendo que o time de José ganhou uma partida, a probabilidade de que José tenha sido escalado como titular nesta partida é maior que 0,9.
8. Suponha que os pesos de um certo grupo de pessoas seguem uma distribuição normal com média 70 Kg e desvio-padrão 10 Kg. Assuma independência entre os pesos de diferentes pessoas. É correto afirmar que:
- A) A probabilidade de que duas pessoas neste grupo pesem mais que 150 Kg é igual a probabilidade que uma pessoa neste grupo pese mais que 75 Kg.
  - B) A probabilidade de que o valor absoluto da diferença entre os pesos de duas pessoas seja menor que 10 kg é igual a probabilidade de que a soma do peso de duas pessoas esteja entre 130 Kg e 150 Kg.
  - C) A probabilidade de que o peso médio de duas pessoas neste grupo seja maior que 75 Kg é maior que a probabilidade que uma pessoa neste grupo pese mais que 75 Kg.
  - D) É mais provável que uma pessoa neste grupo pese mais de 80 Kg do que ela pese menos que 60 Kg.
  - E) É menos provável que uma pessoa neste grupo pese entre 68 Kg e 73 Kg do que ela pese entre 66 Kg e 71 Kg.

## ÁREA DE MATEMÁTICA

9. Marque a alternativa correta quanto ao valor de um número  $\delta$  tal que,

$$\text{se } 0 < |x - 3| < \delta \text{ então } |3(x - 1) - 6| < 5.$$

A)  $\delta = 3$

B)  $\delta = 5$

C)  $\delta = \frac{5}{3}$

D)  $\delta = \frac{10}{3}$

E)  $\delta = \frac{8}{3}$

10. Geralmente, o número de horas em que temos a luz do sol, em qualquer ponto da Terra, flutua através dos anos. No hemisfério norte, o dia mais curto do ano é no solstício de inverno e dia mais longo é no solstício de verão. No paralelo 40, isto é, na latitude  $40^\circ$  ao norte, a duração de um dia é aproximadamente modelada pela seguinte função

$$D(t) = 12 - 3 \cos \left[ \frac{2\pi(t + 10)}{365} \right]$$

sendo  $D$  medido em horas e  $0 \leq t \leq 365$  medido em dias, com  $t = 0$  correspondendo o dia 1º de Janeiro. Aproximadamente, quais os dias com maior e menor tempo de luz do sol, respectivamente?

A) 21 de Junho e 22 de Dezembro.

B) 22 de Março e 21 de Dezembro.

C) 21 de Junho e 21 de Setembro.

D) 22 de Março e 22 de Setembro.

E) 22 de Março e 21 de Junho.

11. Considere as seguintes afirmações.

(I) A função racional  $\frac{x - 1}{x^2 - 1}$  tem assíntotas verticais em  $x = -1$  e  $x = 1$ .

(II) Se  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  não existe, então  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$  ou  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ .

(III) Se uma função é contínua nos intervalos  $(a, b)$  e  $[b, c)$ , sendo  $a < b < c$ , então a função é também contínua em  $(a, c)$ .

(IV) A função  $f(x) = |2x + 1|$  é contínua para todo valor de  $x$ , então essa função é diferenciável para todo  $x$ .

(V) Se o valor médio de  $f$  no intervalo  $[a, b]$  é igual a zero, então  $f(x) = 0$  em todo intervalo  $[a, b]$ .

Marque a alternativa correta.

- A) Apenas um item é verdadeiro.
- B) Até dois itens são verdadeiros.
- C) Apenas três itens são verdadeiros.
- D) Todos os itens são verdadeiros.
- E) Nenhum dos itens é verdadeiro.

12. Seja  $R_1$  a região limitada pelo gráfico  $f(x) = e^{-ax}$  e o eixo  $x$  no intervalo de  $[0, b]$ , sendo  $a > 0$  e  $b > 0$ . Seja  $R_2$  a região formada pela mesma função  $f(x)$  sobre o eixo  $x$ , mas no intervalo de  $[b, \infty)$ . Sejam  $A_1$  e  $A_2$  as áreas das regiões  $R_1$  e  $R_2$ , respectivamente. Dentre as alternativas, selecione a relação entre  $a$  e  $b$  para que  $A_1 = A_2$ .

- A)  $a = b \ln 2$
- B)  $a = \frac{\ln 2}{b}$
- C)  $a = \frac{1}{b \ln 2}$
- D)  $a = \frac{b}{\ln 2}$
- E)  $a = \ln 2^b$

13. Dado a matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  marque a alternativa correta quanto ao posto e a nulidade da matriz  $A$ .

- A) O posto de  $A$  é 3 e a nulidade de  $A$  é 1.
- B) O posto de  $A$  é 2 e a nulidade de  $A$  é 2.
- C) O posto de  $A$  é 3 e a nulidade de  $A$  é 2.
- D) O posto de  $A$  é 1 e a nulidade de  $A$  é 3.
- E) O posto de  $A$  é 3 e a nulidade de  $A$  é 3.

14. Considere um sistema de  $m$  equações e  $n$  incógnitas e sua matriz ampliada.

- (I) Um sistema de  $m$  equações e  $n$  incógnitas admite solução se, e somente se o posto da matriz ampliada é igual ao posto da matriz dos coeficientes.
- (II) Se a matriz dos coeficientes e a matriz ampliada têm o mesmo posto  $p$ , onde  $p = n$ , a solução do sistema será única.
- (III) Se a matriz dos coeficientes e a matriz ampliada têm o mesmo posto  $p$  e  $p < n$ , podemos escolher  $n - p$  incógnitas, e as outras  $p$  incógnitas serão dadas em função destas.

Marque a alternativa correta.

- A) Apenas o item I é verdadeiro.
- B) Apenas os itens I e II são verdadeiros.
- C) Todos os itens são verdadeiros.
- D) Apenas os itens II e III são verdadeiros.
- E) Apenas os itens I e III são verdadeiros.

15. Considere os subconjuntos a seguir

- (I)  $S = \{(x_0, x_1, 1, x_3) \mid x_i \in \mathbb{R}\}$  onde  $S \subset \mathbb{R}^4$ .
- (II)  $S = \{(x, 2x) \mid x \in \mathbb{R}\}$  onde  $S \subset \mathbb{R}^2$ .
- (III) O conjunto  $S \subset \mathbb{R}^3$ , onde  $S$  é solução do sistema 
$$\begin{cases} 2x + 4y + z = 1 \\ x + y - 2z = 1 \\ x + 3y - z = 0 \end{cases} .$$

Marque a alternativa correta.

- A) Apenas o subconjunto do item I é subespaço.
- B) Apenas os subconjuntos dos itens I e III são subespaço.
- C) Todos os subconjuntos de cada item são subespaço.
- D) Apenas o subconjunto do item II é subespaço.
- E) Apenas o subconjunto do item III é subespaço.

16. Quantas operações aritméticas distintas a técnica de eliminação exige para resolver um sistema de  $n$  incógnitas e  $n$  equações, sendo  $n$  um número finito.

- A)  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- B)  $\frac{n(n^2-1)}{3}$



C)  $\frac{n(n-1)(2n+1)}{6}$

D)  $\frac{n(n^2+1)}{3}$

E)  $\frac{n(n^2-1)}{6}$