# Universidade Federal do Ceará

Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos
Mestrado Acadêmico na Área Interdisciplinar

## Prova Escrita - Matemática e Computação

Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos

Nome: ____________________________________________

Inscrição SIGAA: ________________ Data: ________________________

INSTRUÇÕES

- Verifique se este caderno contém 16 questões, numeradas de 1 a 16, caso contrário, reclame imediatamente ao fiscal da sala um outro caderno. Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa. Você deve ler cuidadosamente cada uma das questões e escolher a resposta certa.
- Essa resposta deve ser marcada na FOLHA DE RESPOSTAS que você recebeu, utilizando-se de caneta esferográfica.

VOCÊ DEVE

- Procurar, na FOLHA DE RESPOSTAS, o número da questão que você está respondendo. Verificar no caderno de prova qual a letra (A,B,C,D,E) da resposta que você escolheu. Marcar essa letra na FOLHA DE RESPOSTAS.

ATENÇÃO

- Marque na FOLHA DE RESPOSTAS o **tipo de prova** que você escolheu realizar na inscrição. Sua pontuação será obtida de acordo com esta marcação.
- Não serão computadas questões não assinaladas, que contenham mais de uma resposta, emenda ou rasura e FOLHA DE RESPOSTAS sem assinatura do candidato.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta.
- Você só poderá utilizar caneta, lápis e borracha para a realização desta prova.
- Você terá 4 horas para responder a todas as questões da prova e preencher a FOLHA DE RESPOSTAS.
- Ao término da prova devolva as provas ao aplicador, juntamente com sua FOLHA DE RESPOSTAS.
- 

## Área de Matemática

1. Marque a alternativa correta quanto ao valor de um número $\delta$ tal que,

$$\text{se } 0 < |x-3| < \delta \text{ então } |3(x-1)-6| < 5.$$

   A) $\delta = 3$
   B) $\delta = 5$
   C) $\delta = \dfrac{5}{3}$
   D) $\delta = \dfrac{10}{3}$
   E) $\delta = \dfrac{8}{3}$

2. Geralmente, o número de horas em que temos a luz do sol, em qualquer ponto da Terra, flutua através dos anos. No hemisfério norte, o dia mais curto do ano é no solstício de inverno e dia mais longo é no solstício de verão. No paralelo 40, isto é, na latitude $40^o$ ao norte, a duração de um dia é aproximadamente modelada pela seguinte função

$$D(t) = 12 - 3\cos\left[\frac{2\pi(t+10)}{365}\right]$$

   sendo $D$ medido em horas e $0 \leq t \leq 365$ medido em dias, com $t = 0$ correspondendo o dia $1^o$ de Janeiro. Aproximadamente, quais os dias com maior e menor tempo de luz do sol, respectivamente?

   A) 21 de Junho e 22 de Dezembro.
   B) 22 de Março e 21 de Dezembro.
   C) 21 de Junho e 21 de Setembro.
   D) 22 de Março e 22 de Setembro.
   E) 22 de Março e 21 de Junho.

3. Considere as seguintes afirmações.

   (I) A função racional $\dfrac{x-1}{x^2-1}$ tem assíntotas verticais em $x = -1$ e $x = 1$.
   (II) Se $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ não existe, então $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$.
   (III) Se uma função é contínua nos intervalos $(a, b)$ e $[b, c)$, sendo $a < b < c$, então a função é também contínua em $(a, c)$.

(IV) A função $f(x) = |2x+1|$ é contínua para todo valor de $x$, então essa função é diferenciável para todo $x$.

(V) Se o valor médio de $f$ no intervalo $[a, b]$ é igual a zero, entao $f(x) = 0$ em todo intervalo $[a, b]$.

Marque a alternativa correta.

A) Apenas um item é verdadeiro.

B) Até dois itens são verdadeiros.

C) Apenas três itens são verdadeiros.

D) Todos os itens são verdadeiros.

E) Nenhum dos itens é verdadeiro.

4. Seja $R_1$ a região limitada pelo gráfico $f(x) = e^{-ax}$ e o eixo $x$ no intervalo de $[0, b]$, sendo $a > 0$ e $b > 0$. Seja $R_2$ a região formada pela mesma função $f(x)$ sobre o eixo $x$, mas no intervalo de $[b, \infty)$. Sejam $A_1$ e $A_2$ as áreas das regiões $R_1$ e $R_2$, respectivamente. Detre as alternativas, selecione a relação entre $a$ e $b$ para que $A_1 = A_2$.

A) $a = b \ln 2$

B) $a = \dfrac{\ln 2}{b}$

C) $a = \dfrac{1}{b \ln 2}$

D) $a = \dfrac{b}{\ln 2}$

E) $a = \ln 2^b$

5. Dado a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ marque a alternativa correta quanto ao posto e a nulidade da matriz $A$.

A) O posto de A é 3 e a nulidade de A é 1.

B) O posto de A é 2 e a nulidade de A é 2.

C) O posto de A é 3 e a nulidade de A é 2.

D) O posto de A é 1 e a nulidade de A é 3.

E) O posto de A é 3 e a nulidade de A é 3.

6. Considere um sistema de $m$ equações e $n$ incógnitas e sua matriz ampliada.

   (I) Um sistema de $m$ equações e $n$ incógnitas admite solução se, e somente se o posto da matriz ampliada é igual ao posto da matriz dos coeficientes.

   (II) Se a matriz dos coeficientes e a matriz ampliada têm o mesmo posto $p$, onde $p = n$, a solucão do sistema será única.

   (III) Se a matriz dos coeficientes e a matriz ampliada têm o mesmo posto $p$ e $p < n$, podemos escolher $n - p$ incógnitas, e as outras $p$ incógnitas serão dadas em função destas.

   Marque a alternativa correta.

   A) Apenas o item I é verdadeiro.

   B) Apenas os itens I e II são verdadeiros.

   C) Todos os itens são verdadeiros.

   D) Apenas os itens II e III são verdadeiros.

   E) Apenas os itens I e III são verdadeiros.

7. Considere os subconjuntos a seguir

   (I) $S = \{(x_0, x_1, 1, x_3) \mid x_i \in \mathbb{R}\}$ onde $S \subset \mathbb{R}^4$.

   (II) $S = \{(x, 2x) \mid x \in \mathbb{R}\}$ onde $S \subset \mathbb{R}^2$.

   (III) O conjunto $S \subset \mathbb{R}^3$, onde $S$ é solução do sistema $\left\{ \begin{array}{ll} 2x + 4y + z & = 1 \\ x + y - 2z & = 1 \\ x + 3y - z & = 0 \end{array} \right.$.

   Marque a alternativa correta.

   A) Apenas o subconjunto do item I é subespaço.

   B) Apenas os subconjuntos dos itens I e III são subespaço.

   C) Todos os subconjuntos de cada item são subespaço.

   D) Apenas o subconjunto do item II é subespaço.

   E) Apenas o subconjunto do item III é subespaço.

8. Quantas operações aritméticas distintas a técnica de eliminação exige para resolver um sistema de $n$ incógnitas e $n$ equações, sendo $n$ um número finito.

   A) $\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

   B) $\dfrac{n(n^2-1)}{3}$

C) $\dfrac{n(n-1)(2n+1)}{6}$

D) $\dfrac{n(n^2+1)}{3}$

E) $\dfrac{n(n^2-1)}{6}$

9. Analise o algoritmo abaixo:

```
AlgoritmoA
início
    n1 ← −1
    Imprima n1
    n2 ← 2
    Imprima n2
    para k ← 1 até 6 faça
        n3 ← n1 + n2
        Imprima n3
        n1 ← n2
        n2 ← n3
    fim
fim
```

O AlgoritmoA irá imprimir a seguinte série:

A) -1 2 1 3 4 7 11 18

B) -1 2 3 5 7 9 11 13

C) 1 3 4 7 11 18 29 47

D) 2 1 3 4 7 11 18 29

E) 2 1 3 5 7 9 11 13

10. Foi feita uma pesquisa com 65 pessoas para saber quais comprariam os refrigerantes A e B. Verificou-se que 30 pessoas comprariam somente o refrigerante A e 17 pessoas comprariam os dois refrigerantes. Se todas as pessoas escolheram pelo menos um dos refrigerantes, então o total de pessoas que comprariam o refrigerante B é de:

A) 42

B) 35

C) 18

D) 52

E) 47

11. Considerando $A = 10$, $B = 7$ e $C = 6$, assinale a opção verdadeira relacionada à lógica de programação.

A) $((B * 4) \geq (A + A * 2)$ e $(5 + 5) \geq (A))$

B) $(A + 3) > (B + C)$

C) $((B + A) > (C + C)$ e $(A/C) < (B/A))$

D) $((A + C) < (B * 2)$ ou $(C + B * 3) < (A * 3))$

E) $(C * 3) \leq (3 + C * 2)$

12. Um Analista de Sistemas recebeu a tarefa de implementar uma sub-rotina que, a partir de uma matriz de entrada "$A$", gerasse uma matriz de saída "$B$". Um pedaço desta sub-rotina, em pseudocódigo, está apresentado abaixo.

```
início
    para i ← 1 até 2 faça
        para j ← 1 até 2 faça
            B(j, i) ← A(i, j)
        fim
    fim
fim
```

Considere a matriz $A = (a_{ij})$ de dimensão $2 \times 2$ a seguir, onde $a_{ij}$ são os elementos da matriz $A$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

Nesta matriz, por exemplo, o elemento $a_{11}$ possui o valor 3. A matriz $B$ resultante da execução do trecho acima, tendo a matriz $A$ como entrada, é:

A)
$$B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

B)
$$B = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

C)
$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

D)
$$B = \begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

E)
$$B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

13. Analise o algoritmo de ordenação que se segue (assuma que o primeiro índice do vetor é zero).

```
AlgoritmoC(vetor,n)
num ← n − 1
início
    enquanto num > 0 faça
        para i ← 0 até num − 1 faça
            se vetor[i] > vetor[i + 1] então
                temp ← vetor[i + 1]
                vetor[i] ← vetor[i + 1]
                vetor[i + 1] ← temp
            fim
        fim
        num ← num − 1
    fim
fim
```

Quando AlgoritmoC é executado com parâmetros $vetor = [16, 18, 15, 37, 13]$ e $n = 5$, o número de vezes em que duas posições do vetor têm seus valores trocados é dado por:

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

14. Quais das condições abaixo é necessária e suficiente para que a afirmação

$$(A \cup B) \cap C = A \cap C$$

seja verdadeira?

A) $\bar{A} \cap B = \emptyset$.

B) $A \cap B \cap C = \emptyset$.

C) $A = B$.

D) A afirmação é sempre verdadeira.

E) Nenhuma das alternativas anteriores.

15. Dado o seguinte pseudocódigo, o que podemos afirmar?

```
function F(x,y : integer) returns integer
{
    if   x = 0 then return y + 1;
    else if   y = 0 return F(x-1,1)
         else F(x-1, y-1);
}
```

A) `F(1,2)=5`.

B) `F(3,7)=6`.

C) `F(1,0)=1`.

D) A execução de `F` nunca termina.

E) A execução de `F` sempre termina se invocada com parâmetros não-negativos.

16. Seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Qual das relações abaixo é transitiva, isto é, satisfaz a propriedade: se $(i, j) \in R$ e $(j, k) \in R$, então $(i, k) \in R$?

A) $R = \{(a, b) : a \in A \ \wedge \ b \in A \ \wedge \ a - b = 1\}$.

B) $R = \{(a, b) : a \in A \ \wedge \ b \in A \ \wedge \ a + b \leq 5\}$.

C) $R = \{(a, b) : a \in A \ \wedge \ b \in A \ \wedge \ a + b \geq 5 \ \wedge \ |a - b| = 1\}$.

D) $R = \{(a, b) : a \in A \ \wedge \ b \in A \ \wedge \ a + b \geq 5 \ \wedge \ b - a \geq 1\}$.

E) $R = \{(a, b) : a \in A \ \wedge \ b \in A \ \wedge \ a + b \geq 5 \ \wedge \ |a - b| = 2\}$.