

Universidade Federal do Ceará

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS
MESTRADO ACADÊMICO NA ÁREA INTERDISCIPLINAR



PROVA ESCRITA - COMPUTAÇÃO E MATEMÁTICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

NOME: _____

INSCRIÇÃO SIGAA: _____

DATA: _____

INSTRUÇÕES

- Verifique se este caderno contém 16 questões, numeradas de 1 a 16, caso contrário, reclame ao fiscal da sala um outro caderno.
- Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa.
- Você deve ler cuidadosamente cada uma das questões e escolher a resposta certa.
- Essa resposta deve ser marcada na FOLHA DE RESPOSTAS que você recebeu, preenchendo todo o campo, utilizando-se de caneta esferográfica.

VOCÊ DEVE

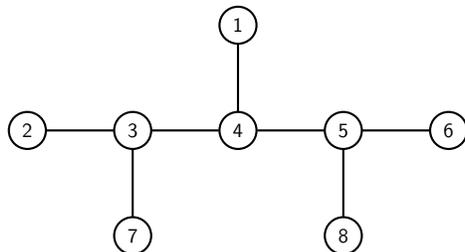
- Procurar, na FOLHA DE RESPOSTAS, o número da questão que você está respondendo.
- Verificar no caderno de prova qual a letra (A,B,C,D,E) da resposta que você escolheu.
- Marcar essa letra na FOLHA DE RESPOSTAS.

ATENÇÃO

- Não serão computadas questões não assinaladas, que contenham mais de uma resposta, emenda ou rasura e FOLHA DE RESPOSTAS sem assinatura do candidato.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta.
- Você só poderá utilizar caneta, lápis e borracha para a realização desta prova.
- Você terá 4 horas para responder a todas as questões da prova e preencher a FOLHA DE RESPOSTAS.
- Ao término da prova devolva as provas ao aplicador, juntamente com sua FOLHA DE RESPOSTAS.
- Proibida a divulgação ou impressão parcial ou total da presente prova. Direitos Reservados

ÁREA DE COMPUTAÇÃO

1. Considere o desenho com 8 pontos numerados (rotulados) de 1 a 8 e conectados por arestas (segmentos que unem dois pontos do desenho) da seguinte maneira:



Esse desenho pode ser representado por uma lista contendo duas posições a menos que a quantidade de pontos, ou seja, uma lista $L = (t_1, t_2, \dots, t_6)$ de seis posições. Para tanto, usa-se a seguinte codificação de Prüfer. Seja s_1 o ponto de menor rótulo que tenha apenas uma conexão ligada a ele. O ponto ao qual s_1 se conecta será o primeiro ponto t_1 de L . Remova s_1 do desenho juntamente com sua aresta e considere s_2 o ponto de menor rótulo com apenas uma conexão ligada a ele no desenho resultante dessa remoção. O ponto ao qual s_2 resta conectado será o segundo ponto t_2 de L . Repita essa operação de remoção de pontos e associação de pontos de conexão dos pontos de menores rótulos nos desenhos resultantes às suas respectivas posições na lista L até definir o ponto da última posição t_6 . A codificação obtida para o desenho é

- A) (1,2,6,7,8,4)
B) (1,2,3,4,5,6)
C) (4,3,5,3,4,5)
D) (4,2,3,3,4,5)
E) (1,2,6,7,8,3)
2. Ainda sobre a questão anterior, caso o desenho tenha n pontos, quantas são as maneiras de conectá-los todos sem formar ciclos (ou seja, sem poder sair de um ponto $p \in \{1, 2, \dots, n\}$, percorrer uma sequência de arestas distintas onde arestas consecutivas do percurso compartilham uma extremidade, e voltar para o ponto de partida p), empregando a codificação Prüfer?
- A) n^n
B) $n!$
C) $(n - 2)!$
D) $(n - 2)^n$
E) n^{n-2}

3. Uma forma de ordenar valores reais distintos armazenados em um vetor de n posições $L = [v_1, v_2, \dots, v_n]$ é como segue. Compare o primeiro elemento de L com o menor dentre os $n - 1$ restantes e, caso o primeiro seja maior que o menor elemento, troque de posição o menor elemento com o primeiro elemento de L . Compare o segundo elemento de L com o menor dentre os $n - 2$ restantes. Caso o segundo elemento de L seja maior que o segundo menor elemento, troque de posição o segundo menor elemento com o segundo elemento de L . Seguindo esse raciocínio, quantas comparações terão sido feitas para ordenar os n valores de L ?

- A) n^2
- B) $n(n + 1)$
- C) $n(n - 1)$
- D) $n(n + 1)/2$
- E) $n(n - 1)/2$

4. A negação da proposição “Chove todo dia da semana em Belém” é:

- A) Em Belém, todo dia não chove
- B) Em Belém, as vezes chove na semana
- C) Chove em todo canto, menos em Belém
- D) Tem dia da semana que não chove em Belém
- E) Nenhuma das respostas anteriores

5. A operação de *diferença simétrica* entre dois conjuntos A e B , denotada aqui por $A \oplus B$, é definida como $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$, em que $A \setminus B = \{x : x \in A \text{ e } x \notin B\}$. Considere as afirmações:

- (i) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$
- (ii) $(A \oplus B) \cap C = A \oplus (B \cap C)$
- (iii) $A \oplus B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

Escolha a seguir a alternativa correta.

- A) Somente a afirmação (i) é verdadeira.
- B) Somente as afirmações (i) e (ii) são verdadeiras.
- C) Somente as afirmações (i) e (iii) são verdadeiras.
- D) Somente a afirmação (ii) é verdadeira.
- E) Somente a afirmação (iii) é verdadeira.

6. Considere o seguinte algoritmo, que está parcialmente especificado em pseudocódigo:

```
1:   ordena(v: vetor de inteiros, tamanho_de_v: inteiro)
2:       x, i: inteiro
3:       para j de 1 até tamanho_de_v faça:
4:           x = v[j]
5:           i = j-1
6:           enquanto i >= 1 e v[i] > x faça:
7:               v[i+1] = v[i]
8:               i = i - 1
9:               ??????
10:      retorna v
```

Assumindo que o algoritmo deve ordenar o vetor v em ordem crescente, e que o primeiro índice do vetor v é 1, assinale a alternativa que deve corresponder à linha 9, com a indentação exibida no pseudocódigo, para que o algoritmo funcione corretamente.

- A) $v[i] = x$
- B) $i = j$
- C) $v[j] = v[i]$
- D) $v[j] = v[i+1]$
- E) $v[i+1] = x$

7. Considere as seguintes expressões em lógica proposicional:

- (i) $\neg(P \Leftrightarrow Q) = (\neg P) \Leftrightarrow Q$;
- (ii) $(\neg P) \Leftrightarrow (\neg Q) = P \Leftrightarrow Q$;
- (iii) $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R) = (P \Rightarrow Q) \Rightarrow R$.

Escolha a seguir a alternativa correta.

- A) (i), (ii) e (iii) são verdadeiras.
- B) Apenas (i) e (ii) são verdadeiras.
- C) Apenas (i) é verdadeira.
- D) Apenas (ii) é verdadeira.
- E) Apenas (iii) é verdadeira.

8. Considere o seguinte laço de repetição, escrito em pseudocódigo:

```
para x de 1 até n faça:
  se  $n-x > 3$  então:
    imprima(x)
```

Escolha a seguir a alternativa que corresponde a um trecho de código equivalente ao laço de repetição acima.

- (a) $x = 1$
 enquanto $n-x > 3$ faça:
 imprima(x)
 $x = x + 1$
- (b) $x = 1$
 enquanto $x \leq n$ faça:
 se $n-x > 3$ então:
 imprima(x)
- (c) para x de 1 até $n-x$ faça:
 se $n-x > 3$ então:
 imprima(x)
- (d) para x de 3 até $n-x$ faça:
 imprima(x)
- (e) $x = 1$
 repita:
 se $n-x > 3$ então:
 imprima(x)
 enquanto $x \leq n$

ÁREA DE MATEMÁTICA

9. Uma certa quantidade de areia é despejada a uma taxa de $10 \text{ m}^3/\text{min}$, formando um monte cônico. Se a altura do monte sempre for o dobro do raio da base, com que taxa a altura estará crescendo quando o monte tiver 8 m de altura (Dica: O volume do cone de raio r e altura h é dado por $V = \pi r^2 h/3$).

- A) $\frac{5\pi}{8} \text{ m/min}$
- B) $\frac{128\pi}{3} \text{ m/min}$
- C) $\frac{5}{8\pi} \text{ m/min}$
- D) $\frac{5}{8} \text{ m/min}$
- E) 80 m/min

10. Ache a área do maior retângulo que possa ser inscrito em uma dada circunferência de raio r .

- A) $2r^2$
- B) r^2
- C) $r^2/2$
- D) $r^2/4$
- E) *NRA*

11. Numa dada comunidade, uma certa epidemia alastra-se de tal forma que x meses após o início, $P\%$ da população estará infectada, sendo

$$P = \frac{30x^2}{(1+x^2)^2}.$$

Qual o percentual de pessoas infectadas quando o número de pessoas infectadas atingir o valor máximo?

- A) $1,0\%$
- B) $7,5\%$
- C) 15%
- D) 30%
- E) *NRA*

12. Se $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a e b de tal forma que o gráfico de f tenha um ponto de inflexão em $(2, 16)$.

A) $a = -4, b = 12$

B) $a = -2/5, b = 28/5$

C) $a = 0, b = 0$

D) $a = -1, b = 6$

E) NRA

13. Suponha que determinada empresa estime o crescimento de sua receita devido às vendas pela fórmula

$$\frac{dS}{dt} = 2(t + 1)^4,$$

onde S milhões é a receita bruta das vendas daqui a t anos. Se a receita bruta das vendas do ano corrente for de 8 milhões, qual deverá ser a receita bruta esperada daqui a 2 anos?

A) 104,8 milhões

B) 162 milhões

C) 170 milhões

D) 493,6 milhões

E) NRA

14. O teorema do resto afirma que, se $P(x)$ é um polinômio em x e r é um número real qualquer, então existe um polinômio $Q(x)$, tal que $P(x) = Q(x)(x - r) + P(r)$. Neste caso, qual é o $\lim_{x \rightarrow r} Q(x)$?

A) r

B) $Q'(r)$

C) $P'(x)$

D) $P'(r)$

E) NRA

15. Se a inversa de A^2 for B , então a inversa de A será

A) B^{-1}

B) AB

C) BA

D) B

E) NRA

16. Complete a sentença abaixo com uma das opções.

“Se v_1, \dots, v_n são linearmente independentes, o espaço gerado por eles tem dimensão Se esses vetores são as colunas de uma matriz com m linhas e n colunas, então m n .”

A) “indefinida”, “é igual a”

B) “indefinida”, “menor ou igual a”

C) “finita”, “é maior ou igual a”

D) “finita”, “é igual a”

E) NRA