Universidade Federal do Ceará

Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos
Mestrado Acadêmico na Área Interdisciplinar

Prova Escrita - Estatística e Computação

Pós-Graduação em Modelagem e Métodos Quantitativos

Nome:____

Inscrição SIGAA:_______________ Data:____________________

INSTRUÇÕES

- Verifique se este caderno contém 16 questões, numeradas de 1 a 16, caso contrário, reclame ao fiscal da sala um outro caderno.
- Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa.
- Você deve ler cuidadosamente cada uma das questões e escolher a resposta certa.
- Essa resposta deve ser marcada na FOLHA DE RESPOSTAS que você recebeu, preenchendo todo o campo, utilizando-se de caneta esferográfica.

VOCÊ DEVE

- Procurar, na FOLHA DE RESPOSTAS, o número da questão que você está respondendo.
- Verificar no caderno de prova qual a letra (A,B,C,D,E) da resposta que você escolheu.
- Marcar essa letra na FOLHA DE RESPOSTAS.

ATENÇÃO

- Não serão computadas questões não assinaladas, que contenham mais de uma resposta, emenda ou rasura e FOLHA DE RESPOSTAS sem assinatura do candidato.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta.
- Você só poderá utilizar caneta, lápis e borracha para a realização desta prova.
- Você terá 4 horas para responder a todas as questões da prova e preencher a FOLHA DE RESPOSTAS.
- Ao término da prova devolva as provas ao aplicador, juntamente com sua FOLHA DE RESPOSTAS.
-

Área de Estatística

1. Diz-se que duas sequências de números $\{a_n\}_{n\geq 1}$ e $\{b_n\}_{n\geq 1}$ são assintoticamente equivalentes, quando $n \to \infty$, se

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1. \tag{1}$$

Nesse caso, denota-se por $a_n \sim b_n$. A fórmula de Stirling nos fornece uma equivalência assintótica para a sequência de números fatoriais: $n! \sim \sqrt{2\pi} n^{n+1/2} e^{-n}$. Agora, considere uma variável aleatória X_n com distribuição Binomial de parâmetros $2n$ e p, e que $n \to \infty$. É correto afirmar que:

A) A distribuição de X_n sempre pode ser bem aproximada por uma distribuição normal.

B) A probabilidade $P(X_n = n)$ decresce mais rápido para zero quando $p \neq 0,5$.

C) A probabilidade $P(X_n = n)$ decresce para zero na mesma taxa $\forall p \in (0, 1)$.

D) Quando $p = 0,5$, $P(X_n = n) \to 0,5$ quando $n \to \infty$.

E) A distribuição de X_n sempre pode ser bem aproximada por uma distribuição Poisson, quando $np \to \infty$.

2. A figura abaixo representa o diagrama de ramos-e-folhas das médias finais da aprazível disciplina de Processos Estocásticos no ano de 2019.

```
4 | 9
5 | 00255699
6 | 14689
7 | 1237
8 | 34
```

O aluno é considerado aprovado por média se obtiver média maior ou igual a 7, realizará a prova final se sua média estiver entre 4 e 6,9, e é considerado reprovado se a média for inferior a 4. É correto afirmar que:

A) A menor média foi de 4,09.

B) 85% dos alunos terão que realizar a prova final.

C) 75% dos alunos apresentaram média inferior a 7,7.

D) A nota modal foi 6.

E) Somente 30% dos alunos foram aprovados por média.

3. Sabemos que o sr. Astrogildo tem 2 filhos, e ao encontrarmos na rua, vimos que ele tem um filho do sexo masculino (Astrogildo jr.). Qual a probabilidade do sr. Astrogildo ter 2 filhos do sexo masculino? Quanto vale essa probabilidade, sabendo que o Astrogildo jr. é o filho mais novo?

   A) 1/3 e 1/4.
   B) 1/4 e 1/2.
   C) 1/2 e 1/3.
   D) 1/3 e 1/3.
   E) 1/3 e 1/2.

4. Um gráfico muito utilizado em análise descritiva é o gráfico Box-plot, comumente denominado também por diagrama de caixa, diagrama de extremos e quartis. Qual das informações abaixo não é evidenciada pelo Box-plot tradicional?

   A) Presença de assimetria.
   B) Presença de fenômeno com caudas pesadas.
   C) Valor modal.
   D) Presença de observações discrepantes sob a suposição de normalidade.
   E) Presença de fenômeno com caudas leves.

5. Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 60x^2(1-x)^3, \text{ se } 0 < x < 1 \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

   A função densidade de $Y = -\log(X)$ é dada por

   A) $\dfrac{60}{y}(\log(y))^2(1-\log(y))^3$.
   B) $60(\log(y))^2(1-\log(y))^3$.
   C) $60\exp(-3y)(1-\exp(-y))^3$.
   D) $60\exp(-2y)(1-\exp(-y))^3$.
   E) $\dfrac{60}{y}\exp(-2y)(1-\exp(-y))^3$.

6. Um especialista afirma que o salário médio dos egressos de uma instituição é de μ_0. Os estudantes dos primeiros semestres duvidam desta afirmação e acreditam que o salário médio dos egressos é inferior ao valor afirmado pelo especialista. Para testar esta hipótese uma amostra aleatória de 25 egressos foi escolhida e obtido um salário médio de **a** com um desvio padrão de **b**. Supondo que o salário mínimo dos egressos dessa instituição segue uma distribuição normal, a distribuição amostral da estatística do teste é:

   A) t de Student.
   B) Normal.
   C) Qui quadrado.
   D) F de Fisher-Snedecor.
   E) Beta.

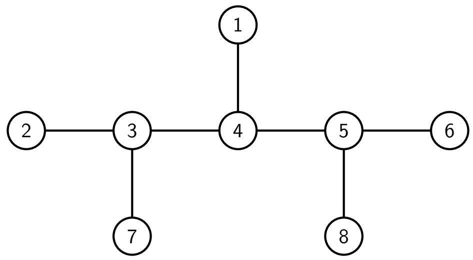
7. As máquinas A e B são responsáveis por 60% e 40%, respectivamente, da produção de uma empresa. Os índices de peças defeituosas na produção destas máquinas valem 3% e 7% respectivamente. Se uma peça defeituosa foi selecionada da produção desta empresa, qual é a probabilidade de que tenha sido produzida pela máquina B?

   A) 0,6087.
   B) 0,2800.
   C) 0,3913.
   D) 0,4000.
   E) 0,0700

8. A distribuição discreta que sempre satisfaz que $\mathbb{E}(X) = \mathrm{Var}(X)$ é:

   A) Geométrica.
   B) Poisson.
   C) Hipergeométrica.
   D) Binomial negativa.
   E) Multinomial.

9. Considere o desenho com 8 pontos numerados (rotulados) de 1 a 8 e conectados por arestas (segmentos que unem dois pontos do desenho) da seguinte maneira:



Esse desenho pode ser representado por uma lista contendo duas posições a menos que a quantidade de pontos, ou seja, uma lista $L = (t_1, t_2, \cdots, t_6)$ de seis posições. Para tanto, usa-se a seguinte codificação de Prüfer. Seja s_1 o ponto de menor rótulo que tenha apenas uma conexão ligada a ele. O ponto ao qual s_1 se conecta será o primeiro ponto t_1 de L. Remova s_1 do desenho juntamente com sua aresta e considere s_2 o ponto de menor rótulo com apenas uma conexão ligada a ele no desenho resultante dessa remoção. O ponto ao qual s_2 resta conectado será o segundo ponto t_2 de L. Repita essa operação de remoção de pontos e associação de pontos de conexão dos pontos de menores rótulos nos desenhos resultantes às suas respectivas posições na lista L até definir o ponto da última posição t_6. A codificação obtida para o desenho é

A) (1,2,6,7,8,4)

B) (1,2,3,4,5,6)

C) (4,3,5,3,4,5)

D) (4,2,3,3,4,5)

E) (1,2,6,7,8,3)

10. Ainda sobre a questão anterior, caso o desenho tenha n pontos, quantas são as maneiras de conectá-los todos sem formar ciclos (ou seja, sem poder sair de um ponto $p \in \{1, 2, \cdots, n\}$, percorrer uma sequência de arestas distintas onde arestas consecutivas do percurso compartilham uma extremidade, e voltar para o ponto de partida p), empregando a codificação Prüfer?

A) n^n

B) $n!$

C) $(n-2)!$

D) $(n-2)^n$

E) n^{n-2}

11. Uma forma de ordenar valores reais distintos armazenados em um vetor de n posições $L = [v_1, v_2, \cdots, v_n]$ é como segue. Compare o primeiro elemento de L com o menor dentre os $n-1$ restantes e, caso o primeiro seja maior que o menor elemento, troque de posição o menor elemento com o primeiro elemento de L. Compare o segundo elemento de L com o menor dentre os $n-2$ restantes. Caso o segundo elemento de L seja maior que o segundo menor elemento, troque de posição o segundo menor elemento com o segundo elemento de L. Seguindo esse raciocínio, quantas comparações terão sido feitas para ordenar os n valores de L?

    A) n^2

    B) $n(n+1)$

    C) $n(n-1)$

    D) $n(n+1)/2$

    E) $n(n-1)/2$

12. A negação da proposição "Chove todo dia da semana em Belém" é:

    A) Em Belém, todo dia não chove

    B) Em Belém, as vezes chove na semana

    C) Chove em todo canto, menos em Belém

    D) Tem dia da semana que não chove em Belém

    E) Nenhuma das respostas anteriores

13. A operação de *diferença simétrica* entre dois conjuntos A e B, denotada aqui por $A \oplus B$, é definida como $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$, em que $A \setminus B = \{x : x \in A \text{ e } x \notin B\}$. Considere as afirmações:

    (i) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$

    (ii) $(A \oplus B) \cap C = A \oplus (B \cap C)$

    (iii) $A \oplus B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

    Escolha a seguir a alternativa correta.

    A) Somente a afirmação (i) é verdadeira.

    B) Somente as afirmações (i) e (ii) são verdadeiras.

    C) Somente as afirmações (i) e (iii) são verdadeiras.

    D) Somente a afirmação (ii) é verdadeira.

    E) Somente a afirmação (iii) é verdadeira.

14. Considere o seguinte algoritmo, que está parcialmente especificado em pseudocódigo:

```
 1:    ordena(v: vetor de inteiros, tamanho_de_v: inteiro)
 2:        x, i: inteiro
 3:        para j de 1 até tamanho_de_v faça:
 4:            x = v[j]
 5:            i = j-1
 6:            enquanto i >= 1 e v[i] > x faça:
 7:                v[i+1] = v[i]
 8:                i = i - 1
 9:            ?????
10:        retorna v
```

Assumindo que o algoritmo deve ordenar o vetor `v` em ordem crescente, e que o primeiro índice do vetor `v` é 1, assinale a alternativa que deve corresponder à linha 9, com a indentação exibida no pseudocódigo, para que o algoritmo funcione corretamente.

A) `v[i] = x`

B) `i = j`

C) `v[j] = v[i]`

D) `v[j] = v[i+1]`

E) `v[i+1] = x`

15. Considere as seguintes expressões em lógica proposicional:

(i) $\neg(P \Leftrightarrow Q) = (\neg P) \Leftrightarrow Q$;

(ii) $(\neg P) \Leftrightarrow (\neg Q) = P \Leftrightarrow Q$;

(iii) $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R) = (P \Rightarrow Q) \Rightarrow R$.

Escolha a seguir a alternativa correta.

A) (i), (ii) e (iii) são verdadeiras.

B) Apenas (i) e (ii) são verdadeiras.

C) Apenas (i) é verdadeira.

D) Apenas (ii) é verdadeira.

E) Apenas (iii) é verdadeira.

16. Considere o seguinte laço de repetição, escrito em pseudocódigo:

```
para x de 1 até n faça:
    se n-x > 3 então:
        imprima(x)
```

Escolha a seguir a alternativa que corresponde a um trecho de código equivalente ao laço de repetição acima.

(a)
```
x = 1
enquanto n-x > 3 faça:
    imprima(x)
    x = x + 1
```

(b)
```
x = 1
enquanto x <= n faça:
    se n-x > 3 então:
        imprima(x)
```

(c)
```
para x de 1 até n-x faça:
    se n-x > 3 então:
        imprima(x)
```

(d)
```
para x de 3 até n-x faça:
    imprima(x)
```

(e)
```
x = 1
repita:
    se n-x > 3 então:
        imprima(x)
enquanto x <= n
```