

Universidade Federal do Ceará

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS
MESTRADO ACADÊMICO NA ÁREA INTERDISCIPLINAR



PROVA ESCRITA - ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

NOME: _____

INSCRIÇÃO SIGAA: _____

DATA: _____

INSTRUÇÕES

- Verifique se este caderno contém 16 questões, numeradas de 1 a 16, caso contrário, reclame ao fiscal da sala um outro caderno.
- Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa.
- Você deve ler cuidadosamente cada uma das questões e escolher a resposta certa.
- Essa resposta deve ser marcada na FOLHA DE RESPOSTAS que você recebeu, preenchendo todo o campo, utilizando-se de caneta esferográfica.

VOCÊ DEVE

- Procurar, na FOLHA DE RESPOSTAS, o número da questão que você está respondendo.
- Verificar no caderno de prova qual a letra (A,B,C,D,E) da resposta que você escolheu.
- Marcar essa letra na FOLHA DE RESPOSTAS.

ATENÇÃO

- Não serão computadas questões não assinaladas, que contenham mais de uma resposta, emenda ou rasura e FOLHA DE RESPOSTAS sem assinatura do candidato.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta.
- Você só poderá utilizar caneta, lápis e borracha para a realização desta prova.
- Você terá 4 horas para responder a todas as questões da prova e preencher a FOLHA DE RESPOSTAS.
- Ao término da prova devolva as provas ao aplicador, juntamente com sua FOLHA DE RESPOSTAS.
- Proibida a divulgação ou impressão parcial ou total da presente prova. Direitos Reservados

ÁREA DE ESTATÍSTICA

1. Diz-se que duas seqüências de números $\{a_n\}_{n \geq 1}$ e $\{b_n\}_{n \geq 1}$ são assintoticamente equivalentes, quando $n \rightarrow \infty$, se

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1. \quad (1)$$

Nesse caso, denota-se por $a_n \sim b_n$. A fórmula de Stirling nos fornece uma equivalência assintótica para a seqüência de números fatoriais: $n! \sim \sqrt{2\pi n} n^{n+1/2} e^{-n}$. Agora, considere uma variável aleatória X_n com distribuição Binomial de parâmetros $2n$ e p , e que $n \rightarrow \infty$. É correto afirmar que:

- A) A distribuição de X_n sempre pode ser bem aproximada por uma distribuição normal.
 - B) A probabilidade $P(X_n = n)$ decresce mais rápido para zero quando $p \neq 0,5$.
 - C) A probabilidade $P(X_n = n)$ decresce para zero na mesma taxa $\forall p \in (0,1)$.
 - D) Quando $p = 0,5$, $P(X_n = n) \rightarrow 0,5$ quando $n \rightarrow \infty$.
 - E) A distribuição de X_n sempre pode ser bem aproximada por uma distribuição Poisson, quando $np \rightarrow \infty$.
2. A figura abaixo representa o diagrama de ramos-e-folhas das médias finais da aprazível disciplina de Processos Estocásticos no ano de 2019.

```
4 | 9
5 | 00255699
6 | 14689
7 | 1237
8 | 34
```

O aluno é considerado aprovado por média se obtiver média maior ou igual a 7, realizará a prova final se sua média estiver entre 4 e 6,9, e é considerado reprovado se a média for inferior a 4. É correto afirmar que:

- A) A menor média foi de 4,09.
- B) 85% dos alunos terão que realizar a prova final.
- C) 75% dos alunos apresentaram média inferior a 7,7.
- D) A nota modal foi 6.
- E) Somente 30% dos alunos foram aprovados por média.

3. Sabemos que o sr. Astrogildo tem 2 filhos, e ao encontrarmos na rua, vimos que ele tem um filho do sexo masculino (Astrogildo jr.). Qual a probabilidade do sr. Astrogildo ter 2 filhos do sexo masculino? Quanto vale essa probabilidade, sabendo que o Astrogildo jr. é o filho mais novo?
- A) $1/3$ e $1/4$.
 B) $1/4$ e $1/2$.
 C) $1/2$ e $1/3$.
 D) $1/3$ e $1/3$.
 E) $1/3$ e $1/2$.
4. Um gráfico muito utilizado em análise descritiva é o gráfico Box-plot, comumente denominado também por diagrama de caixa, diagrama de extremos e quartis. Qual das informações abaixo não é evidenciada pelo Box-plot tradicional?
- A) Presença de assimetria.
 B) Presença de fenômeno com caudas pesadas.
 C) Valor modal.
 D) Presença de observações discrepantes sob a suposição de normalidade.
 E) Presença de fenômeno com caudas leves.
5. Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 60x^2(1-x)^3, & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A função densidade de $Y = -\log(X)$ é dada por

- A) $\frac{60}{y}(\log(y))^2(1 - \log(y))^3$.
 B) $60(\log(y))^2(1 - \log(y))^3$.
 C) $60 \exp(-3y)(1 - \exp(-y))^3$.
 D) $60 \exp(-2y)(1 - \exp(-y))^3$.
 E) $\frac{60}{y} \exp(-2y)(1 - \exp(-y))^3$.

6. Um especialista afirma que o salário médio dos egressos de uma instituição é de μ_0 . Os estudantes dos primeiros semestres duvidam desta afirmação e acreditam que o salário médio dos egressos é inferior ao valor afirmado pelo especialista. Para testar esta hipótese uma amostra aleatória de 25 egressos foi escolhida e obtido um salário médio de **a** com um desvio padrão de **b**. Supondo que o salário mínimo dos egressos dessa instituição segue uma distribuição normal, a distribuição amostral da estatística do teste é:
- A) t de Student.
 - B) Normal.
 - C) Qui quadrado.
 - D) F de Fisher-Snedecor.
 - E) Beta.
7. As máquinas *A* e *B* são responsáveis por 60% e 40%, respectivamente, da produção de uma empresa. Os índices de peças defeituosas na produção destas máquinas valem 3% e 7% respectivamente. Se uma peça defeituosa foi selecionada da produção desta empresa, qual é a probabilidade de que tenha sido produzida pela máquina B?
- A) 0,6087.
 - B) 0,2800.
 - C) 0,3913.
 - D) 0,4000.
 - E) 0,0700
8. A distribuição discreta que sempre satisfaz que $E(X) = \text{Var}(X)$ é:
- A) Geométrica.
 - B) Poisson.
 - C) Hipergeométrica.
 - D) Binomial negativa.
 - E) Multinomial.

ÁREA DE MATEMÁTICA

9. Uma certa quantidade de areia é despejada a uma taxa de $10 \text{ m}^3/\text{min}$, formando um monte cônico. Se a altura do monte sempre for o dobro do raio da base, com que taxa a altura estará crescendo quando o monte tiver 8 m de altura (Dica: O volume do cone de raio r e altura h é dado por $V = \pi r^2 h/3$).
- A) $\frac{5\pi}{8} \text{ m/min}$
B) $\frac{128\pi}{3} \text{ m/min}$
C) $\frac{5}{8\pi} \text{ m/min}$
D) $\frac{5}{8} \text{ m/min}$
E) 80 m/min
10. Ache a área do maior retângulo que possa ser inscrito em uma dada circunferência de raio r .
- A) $2r^2$
B) r^2
C) $r^2/2$
D) $r^2/4$
E) *NRA*
11. Numa dada comunidade, uma certa epidemia alastra-se de tal forma que x meses após o início, $P\%$ da população estará infectada, sendo

$$P = \frac{30x^2}{(1+x^2)^2}.$$

Qual o percentual de pessoas infectadas quando o número de pessoas infectadas atingir o valor máximo?

- A) $1,0\%$
B) $7,5\%$
C) 15%
D) 30%
E) *NRA*

12. Se $f(x) = ax^3 + bx^2$, determine a e b de tal forma que o gráfico de f tenha um ponto de inflexão em $(2, 16)$.

A) $a = -4, b = 12$

B) $a = -2/5, b = 28/5$

C) $a = 0, b = 0$

D) $a = -1, b = 6$

E) NRA

13. Suponha que determinada empresa estime o crescimento de sua receita devido às vendas pela fórmula

$$\frac{dS}{dt} = 2(t + 1)^4,$$

onde S milhões é a receita bruta das vendas daqui a t anos. Se a receita bruta das vendas do ano corrente for de 8 milhões, qual deverá ser a receita bruta esperada daqui a 2 anos?

A) 104,8 milhões

B) 162 milhões

C) 170 milhões

D) 493,6 milhões

E) NRA

14. O teorema do resto afirma que, se $P(x)$ é um polinômio em x e r é um número real qualquer, então existe um polinômio $Q(x)$, tal que $P(x) = Q(x)(x - r) + P(r)$. Neste caso, qual é o $\lim_{x \rightarrow r} Q(x)$?

A) r

B) $Q'(r)$

C) $P'(x)$

D) $P'(r)$

E) NRA

15. Se a inversa de A^2 for B , então a inversa de A será

A) B^{-1}

B) AB

C) BA

D) B

E) NRA

16. Complete a sentença abaixo com uma das opções.

“Se v_1, \dots, v_n são linearmente independentes, o espaço gerado por eles tem dimensão Se esses vetores são as colunas de uma matriz com m linhas e n colunas, então m n .”

A) “indefinida”, “é igual a”

B) “indefinida”, “menor ou igual a”

C) “finita”, “é maior ou igual a”

D) “finita”, “é igual a”

E) NRA