

# Universidade Federal do Ceará

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

MESTRADO ACADÊMICO NA ÁREA INTERDISCIPLINAR



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ

## PROVA ESCRITA DE MÚLTIPLA ESCOLHA - ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

### INTRUÇÕES

- Verifique se este caderno contém 12 questões de múltipla escolha, numeradas de 1 a 12, caso contrário, reclame ao fiscal da sala um outro caderno.
- Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa.
- Você deve ler cuidadosamente cada uma das questões e escolher a resposta certa.
- Essa resposta deve ser marcada na FOLHA DE RESPOSTAS que você recebeu, preenchendo todo o campo, utilizando-se de caneta esferográfica.

### VOCÊ DEVE

- Procurar, na FOLHA DE RESPOSTAS, o número da questão que você está respondendo.
- Verificar no caderno de prova qual a letra (A,B,C,D,E) da resposta que você escolheu.
- Marcar essa letra na FOLHA DE RESPOSTAS.

### ATENÇÃO

- Não serão computadas questões não assinaladas, que contenham mais de uma resposta, emenda ou rasura e FOLHA DE RESPOSTAS sem o número de identificação do candidato.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta.
- Você terá 4 horas para responder a todas as questões e preencher a FOLHA DE RESPOSTAS.
- Ao término da prova devolva este caderno ao aplicador, juntamente com sua FOLHA DE RESPOSTAS.
- Proibida a divulgação ou impressão parcial ou total da presente prova. Direitos Reservados

---

ÁREA DE ESTATÍSTICA

- 1) Considere que o interesse é modelar o custo  $y$  (R\$) em função da quantidade peças produzidas ( $x$ ). Para isto, foi coletada uma amostra aleatória de 60 pares  $(y, x)$  e através do ajuste de um modelo de regressão linear simples (MRLS) foi obtido a seguinte reta ajustada

$$\hat{y}_i = 1025 + 10x_i, i = 1, \dots, 60.$$

Admita que as peças são produzidas por encomendas, i.e., todas vendidas sob demanda. Qual o número mínimo de peças produzidas para o qual o lucro é positivo (ou seja encomendas com número menor de peças não serão aceitas) sabendo que cada peça é vendida por R\$ 20?

- A) 102.  
B) 100.  
C) 95.  
D) 150.  
E) 103.
- 2) Considere que  $X_1, \dots, X_n$  são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com distribuição  $X \sim \mathcal{BS}(\alpha, \beta)$ ,  $\alpha, \beta > 0$ . Considere  $Y$  como sendo o número de variáveis que assumem um valor menor ou igual a  $t_0$ , sendo  $t_0$  um valor positivo conhecido. O interesse é testar se  $P(X \leq t_0) := F(t_0)$  é menor ou igual a 0,25. A hipótese  $\mathcal{H}_0 : F(t_0) = 0,25$  deve ser rejeitada em favor de  $\mathcal{H}_1 : F(t_0) = 0,30$  se  $Y$  for superior a um determinado valor. Para calcular a probabilidade *exata* do erro tipo II, quando  $F(t_0) = 0,42$ , qual distribuição de probabilidade deve ser utilizada?
- A) Hipergeométrica.  
B) Poisson.  
C) Binomial.  
D) Binomial negativa.  
E) Geométrica.

- 3) Uma distribuição que vem recebendo bastante atenção nos últimos anos, em especial na modelagem de dados de sobrevivência/confiabilidade, é a distribuição *Birnbaum–Saunders*. Diz-se que  $X$  possui distribuição *Birnbaum–Saunders* de parâmetros  $\alpha > 0$  (parâmetro de forma) e  $\beta > 0$  (parâmetro de escala), denotada por  $X \sim \mathcal{BS}(\alpha, \beta)$ , se sua função distribuição acumulada é dada por

$$f_X(x; \alpha, \beta) = \Phi \left[ \frac{1}{\alpha} \left( \sqrt{\frac{x}{\beta}} - \sqrt{\frac{\beta}{x}} \right) \right] \mathbb{1}_{[0, \infty)}(x),$$

em que  $\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$  representa a função distribuição acumulada de uma normal padrão.

É correto afirmar que  $\text{Var}[F_X(X)]$  é igual a:

- A)  $\frac{1}{12}$ .
  - B)  $\frac{1}{2}$ .
  - C)  $\frac{1}{6}$ .
  - D)  $\frac{1}{4}$ .
  - E) Não é possível determinar.
- 4) Considere um teste de múltipla escolha com uma única pergunta (com  $n$  opções de resposta) e que a probabilidade do aluno saber a resposta dessa questão é  $p$ . Adicionalmente, sabemos que se o aluno sabe a resposta, responde corretamente com probabilidade 1; se não sabe, responde corretamente com probabilidade  $1/n$ . Qual a probabilidade de que a pergunta tenha sido respondida corretamente?
- A)  $p$ .
  - B)  $1 + p - p/n$ .
  - C)  $1 + p - 1/n$ .
  - D)  $p + 1/n - p^2/n$ .
  - E)  $p + (1 - p)/n$ .

5) O que acontece com o desvio-padrão amostral de uma série de dados quando cada observação é multiplicada por  $-2$ ?

- A) Não pode ser calculado porque dá negativa.
- B) Diminui à metade.
- C) Dobra seu valor.
- D) Permanece igual.
- E) Pode ser calculado mas não podemos saber que acontece.

6) Considere  $X$  uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade (f.d.p.) dada por

$$f_X(x) = \mathbb{1}_{(0,1)}(x),$$

em que  $\mathbb{1}_{(0,1)}(x)$  representa a função indicadora da variável  $X$  no intervalo  $(0, 1)$ . Qual a função de distribuição (sem especificar o suporte) de  $Y = -\log(X)$ ?

- A)  $1 - \exp(-y)$ .
- B)  $\exp(-y)$ .
- C)  $-1/y$ .
- D)  $y \log(y) - y$ .
- E)  $\log(y)/y$ .

---

ÁREA DE MATEMÁTICA

7) Calcule a seguinte integral definida.

$$\int_0^1 x^2 e^x dx$$

- A)  $(e - 2)$
  - B)  $e$
  - C)  $2e$
  - D)  $-2$
  - E) nenhuma das anteriores
- 8) Determine o valor da função no seu ponto de máximo.

$$f(x) = 2x\sqrt{3-x}$$

- A) 2
  - B) 6
  - C) 4
  - D) 8
  - E) nenhuma das anteriores
- 9) Determine o limite da função

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$$

- A) 9
- B) 27
- C) 3
- D) 18
- E) nenhuma das anteriores

10) Considerando o  $\mathbb{R}^3$  munido com as operações usuais, quais dos subconjuntos abaixo são subespaços?

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0\}$$

$$B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 1\}$$

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : xy = 0\}$$

A)  $A$  e  $B$

B)  $B$  e  $C$

C)  $A$  e  $C$

D) apenas  $C$

E) nenhuma das anteriores

11) Determine o valor de  $k$  para que o sistema abaixo tenha solução.

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ 4x + 5y + 3z = k \end{cases}$$

A)  $k = 0$

B)  $k = 3$

C)  $k = 7$

D)  $k = 9$

E) nenhuma das anteriores

12) Se  $\{v_1, v_2, v_3\} \subset \mathbb{R}^3$  é linearmente independente e considerando as sentenças abaixo, podemos afirmar que

**A.**  $u_1 = v_2 - v_3, u_2 = v_1 - v_3, u_3 = v_1 - v_2$  são dependentes.

**B.**  $u_1 = v_2 + v_3, u_2 = v_1 + v_3, u_3 = v_1 + v_2$  são independentes.

**C.**  $\{v_1, v_2, v_3\}$  é um conjunto gerador de  $\mathbb{R}^3$ .

A) apenas  $A$  é verdadeira

B) apenas  $B$  é verdadeira

C) apenas  $C$  é verdadeiras

D)  $A, B, C$  são verdadeira

E) nenhuma das anteriores