

# Universidade Federal do Ceará

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

MESTRADO ACADÊMICO NA ÁREA INTERDISCIPLINAR



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ

## PROVA ESCRITA DE MÚLTIPLA ESCOLHA - ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

### INSTRUÇÕES

- Verifique se este caderno contém 12 questões de múltipla escolha, numeradas de 1 a 12, caso contrário, reclame ao fiscal da sala um outro caderno.
- Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa.
- Você deve ler cuidadosamente cada uma das questões e escolher a resposta certa.
- Essa resposta deve ser marcada na FOLHA DE RESPOSTAS que você recebeu, preenchendo todo o campo, utilizando-se de caneta esferográfica.

### VOCÊ DEVE

- Procurar, na FOLHA DE RESPOSTAS, o número da questão que você está respondendo.
- Verificar no caderno de prova qual a letra (A,B,C,D,E) da resposta que você escolheu.
- Marcar essa letra na FOLHA DE RESPOSTAS.

### ATENÇÃO

- Não serão computadas questões não assinaladas, que contenham mais de uma resposta, emenda ou rasura e FOLHA DE RESPOSTAS sem o número de identificação do candidato.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta.
- Você terá 4 horas para responder a todas as questões e preencher a FOLHA DE RESPOSTAS.
- Ao término da prova devolva este caderno ao aplicador, juntamente com sua FOLHA DE RESPOSTAS.
- Proibida a divulgação ou impressão parcial ou total da presente prova. Direitos Reservados

---

ÁREA DE ESTATÍSTICA

- 1) Dado que uma empresa possui salários diferentes para seus funcionários, cujo valor médio é de R\$ 2.000 com desvio padrão de R\$500, se aumentarmos os salários dos funcionários dessa empresa em R\$200; podemos dizer que:
- A) As discrepâncias salariais serão reduzidas em 20%.
  - B) Quem ganha abaixo da média terá um aumento salarial proporcional maior do que quem ganha acima da média.
  - C) O desvio padrão dos salários aumentará em 40%.
  - D) Os salários aumentarão em proporções iguais.
  - E) Os salários, de cada um dos funcionários, aumentarão em 10%.
- 2) Um dado equilibrado com uma face pintada de branco e cinco pintadas de verde é lançado aleatoriamente por 16 vezes, sendo observado a face superior após o repouso. Qual é o número mais provável de vezes que observaremos a face pintada de branco?
- A) 1.
  - B) 2.
  - C) 3.
  - D) 4.
  - E) 5.
- 3) Considere um teste de hipóteses referente à proporção populacional ( $p$ ) associado a uma amostra pequena e hipótese alternativa dada por  $\mathcal{H}_1 : p > p_0$ . A distribuição mais adequada para a estatística de teste quando  $\mathcal{H}_0$  é considerada verdadeira é:
- A) Binomial.
  - B) Geométrica.
  - C) Normal.
  - D) Poisson.
  - E) t-student.

- 4) Considere  $X$  e  $Y$  duas variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas. A função densidade de probabilidade de  $X$  é dada por

$$f_X(x) = \lambda \exp\{-\lambda x\} \mathbf{1}_{(0,\infty)}(x),$$

em que  $\lambda > 0$  e  $\mathbf{1}_{(0,\infty)}(x)$  representa a função indicadora da variável  $X$  no intervalo  $(0, \infty)$ . A distribuição de  $W = X + Y$  é

- A) Exponencial de parâmetro  $\lambda$ .
  - B) Exponencial de parâmetro  $2 + \lambda$ .
  - C) Exponencial de parâmetro  $2\lambda$ .
  - D) Gama de parâmetros 2 e  $2\lambda$ .
  - E) Gama de parâmetros 2 e  $\lambda$ .
- 5) Com o objetivo de estimar os coeficientes associados a um modelo de regressão linear simples, uma amostra aleatória de 20 pares  $(y_i, x_i)$  foi coletada. Os seguintes resultados foram obtidos usando os valores da variável  $X$  (temperatura) e os correspondentes valores de  $Y$  (dilatação linear do metal):

$$\bar{x} = \bar{y} = 10, \quad \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 4000 \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^{20} x_i y_i = 3000.$$

Portanto, a partir do método de Mínimos Quadrados Ordinários a equação estimada da regressão linear simples de  $y$  por  $x$  é:

- A)  $\hat{y}_i = -10 + 2x_i$ .
- B)  $\hat{y}_i = 5 + 0,5x_i$ .
- C)  $\hat{y}_i = -30 + 4x_i$ .
- D)  $\hat{y}_i = 7,5 + 0,25x_i$ .
- E)  $\hat{y}_i = 10 + 2x_i$ .

6) Considere um teste de múltipla escolha com uma única pergunta (com  $n$  opções de resposta) e que a probabilidade do aluno saber a resposta dessa questão é  $p$ . Adicionalmente, sabemos que se o aluno sabe a resposta, responde corretamente com probabilidade 1; se não sabe, responde corretamente com probabilidade  $1/n$ . Qual a probabilidade de que o aluno sabia a resposta dado que a pergunta foi respondida corretamente?

A)  $p$ .

B)  $1 + (n - 1)p$ .

C)  $\frac{np}{p + (n - 1)p}$ .

D)  $\frac{np}{p + 1/n - p^2/n}$ .

E)  $\frac{np}{1 + (n - 1)p}$ .

---

ÁREA DE MATEMÁTICA

7) Determine a quantidade de variáveis livres no sistema linear abaixo.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 5 \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$$

- A) 0
  - B) 1
  - C) 2
  - D) 3
  - E) nenhuma das anteriores
- 8) Considere um sistema linear

$$Ax = b$$

em que  $A$  é uma matriz  $m \times n$  não-nula e  $b$  um vetor  $m \times 1$ . Assuma que  $m > n$ .

- A) O sistema linear não tem solução.
- B) O sistema linear tem solução somente se a matriz  $A$  for posto completo.
- C) O sistema linear tem solução somente se  $b = 0$  (vetor nulo).
- D) O sistema linear tem solução se o vetor  $b$  estiver no subespaço vetorial  $E \subset \mathbb{R}^n$  gerado pelas linhas de  $A$ .
- E) O sistema linear tem solução se o vetor  $b$  estiver no subespaço vetorial  $E \subset \mathbb{R}^m$  gerado pelas colunas de  $A$ .

9) Seja a função  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$  com  $x$  em  $\mathbb{R}$ . Depois de analisar os pontos críticos dessa função, o ponto de máximo dessa função é:

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) nenhuma das anteriores

10) Considere uma função  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  contínua e assuma que existe um  $c > 0$  tal que  $|f(x)| \leq c$  para todo  $x \in [a, b]$ .

- A) Existe um número  $x^* \in [a, b]$  tal que  $f(x) \leq f(x^*)$  para todo  $x \in [a, b]$ .
- B) Qualquer número  $x^* \in [a, b]$ , temos que  $f(x) < f(x^*)$  para todo  $x \in [a, b]$ .
- C) Não existe ponto crítico que maximize esta função.
- D) Não existe ponto crítico que minimize esta função.
- E) Nenhuma das alternativas anteriores.

11) Considere a função

$$f(x) = \log\left(\frac{x}{1-x}\right),$$

em que  $x \in (0, 1)$ . Assinale a alternativa correta.

- A) O conjunto imagem de  $f(x)$  é  $[0, +\infty)$ .
- B) A função inversa de  $f(x)$  é dada por  $f^{-1}(x) = \frac{1}{1+\exp(-x)}$ .
- C) A derivada de  $f(x)$  é dada por  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ .
- D)  $f(x)$  não é diferenciável.
- E)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ .

12) Um subespaço de um espaço vetorial é um subconjunto que herda todas as propriedades de um espaço vetorial. Selecione abaixo a alternativa falsa:

- A) É um subconjunto não vazio.
- B) O elemento neutro do espaço vetorial pertence ao subespaço.
- C) O resultado da soma entre quaisquer dois vetores do subespaço pertence ao subespaço.
- D) O resultado do produto vetorial de quaisquer dois vetores do subespaço pertence ao subespaço.
- E) O elemento simétrico de qualquer vetor do subespaço pertence também ao subespaço.