Universidade Federal do Ceará

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

Prova Escrita de Múltipla Escolha - Seleção MMQ 2026-1

Gabarito - item correto destacado em cor amarela.

Instruções

- Verifique se este caderno contém 15 questões de múltipla escolha, numeradas de 1 a 15, e uma Folha de Respostas. Caso contrário, solicite ao fiscal da sala um outro caderno.
- Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa.
- Preencha seu número de inscrição (o mesmo do cadastro no SIGAA) em sua FOLHA DE RESPOSTAS, sem assinatura ou qualquer símbolo que possibilite identificar o candidato. A não observância dessa obrigação elimina o candidato.
- O tempo mínimo de permanência do(a) candidato(a) em sala de aplicação é de uma hora após seu início.
- Leia cuidadosamente as questões e escolha a resposta certa de cada uma delas.
- As respostas devem ser marcadas na FOLHA DE RESPOSTAS, preenchendo todo o campo referente à letra (A,B,C,D,E) da resposta de cada questão, utilizando-se de caneta esferográfica Azul ou Preta.
- Não serão computadas questões não assinaladas, que contenham mais de uma resposta, emenda ou rasura.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta.
- É proibido o uso de aparelhos eletrônicos. Celulares devem estar desligados. Caso toque, o(a) candidato(a) será eliminado(a).
- O tempo de prova é de 3 (três) horas.
- Ao término da prova devolva este caderno ao aplicador, juntamente com sua FOLHA DE RESPOSTAS.

Área de Matemática

1) Um objeto se move sobre um trilho retilíneo e sua posição (em metros) ao longo do tempo t (em segundos) é dada por $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$. Considere as seguintes afirmações sobre o movimento desse objeto:

   I. A velocidade instantânea no instante $t = 2$ é de -3 m/s.

   II. A velocidade do objeto é nula apenas no instante $t = 3$.

   III. O objeto atinge um ponto de máximo local de posição em $t = 1$.

   Está correto o que se afirma em:

   (a) I, apenas.

   (b) II, apenas.

   (c) I e III, apenas.

   (d) II e III, apenas.

   (e) I, II e III.

2) Considere a matriz de coeficientes dada por $A = \begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Assinale a alternativa que apresenta os valores de k para os quais a matriz A se torna singular (não inversível) e a dimensão do núcleo de A quando $k = 1$.

   (a) $k = 0$ ou $k = 1$; dimensão 2.

   (b) $k = 0$ ou $k = 1$; dimensão 1.

   (c) $k = 1$ ou $k = -1$; dimensão 1.

   (d) $k = 0$ ou $k = 2$; dimensão 2.

   (e) $k = 1$ ou $k = 2$; dimensão 1.

3) Em um sistema de amortecimento variável, a força de resistência é dada por $F(t) = t\ \sin(t)$. O impulso total no intervalo de $t = 0$ até $t = \pi$ é dado pela integral definida $\int_0^\pi t \sin(t)\, dt$. O valor dessa integral, sendo $\sin(t)$ o seno de t, é:

   (a) 0.

   (b) 1.

   (c) π.

   (d) 2π.

   (e) $\pi - 1$.

4) A evolução de uma população é regida pelo sistema dinâmico discreto $\mathbf{x}_{k+1} = B\mathbf{x}_k$, onde a matriz de transição é $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Os autovalores ($\lambda$) da matriz B são:

(a) $\lambda_1 = 3$ e $\lambda_2 = 4$.

(b) $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 5$.

(c) $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = 6$.

(d) $\lambda_1 = -2$ e $\lambda_2 = -5$.

(e) $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 3$.

5) O movimento de um efetuador robótico em $\mathbb{R}^3$ está limitado ao subespaço W definido por $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y - z = 0\}$. Assinale a alternativa que apresenta corretamente a dimensão de W ($\dim(W)$) e uma base válida para esse subespaço.

(a) $\dim(W) = 1$; Base = $\{(1, 2, -1)\}$.

(b) $\dim(W) = 2$; Base = $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0)\}$.

(c) $\dim(W) = 2$; Base = $\{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$.

(d) $\dim(W) = 3$; Base = $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$.

(e) $\dim(W) = 2$; Base = $\{(1, 1, 3), (2, 0, 1)\}$.

Área de Estatística

6) Um grupo composto por seis alunos irá se reunir para realizar um trabalho em equipe. O trabalho ainda está em desenvolvimento; no entanto, planeja-se que, em determinado momento, os alunos se posicionem de modo a formar um círculo. Suponha que a disposição dos alunos na formação do círculo considere apenas a posição deles em relação a um aluno fixado, isto é, a posição que ocupam no espaço é irrelevante. Dois alunos específicos não podem ficar lado a lado, pois isso impactaria a execução do trabalho. Se os alunos forem dispostos aleatoriamente, qual é a probabilidade de que essa disposição não impacte a execução do trabalho?

(a) $\frac{1}{6}$.

(b) $\frac{1}{5}$.

(c) $\frac{3}{5}$.

(d) $\frac{1}{2}$.

(e) $\frac{2}{5}$

7) Em um julgamento criminal, existe pelo menos uma evidência, A ou B (ou ambas) contra um suspeito, isto é, $A \cup B = \Omega$ (espaço amostral). Seja C o evento "suspeito é culpado" e C^c o complementar do evento C. Sabem-se as seguintes probabilidades condicionais:

(I) Caso o suspeito seja culpado,

$$\mathbb{P}(A \cap B|C) = 0{,}5,$$

$$\mathbb{P}(A \cap B^c|C) = 0{,}3 \text{ e}$$

$$\mathbb{P}(A^c \cap B|C) = 0{,}2.$$

(II) Caso o suspeito não seja culpado,

$$\mathbb{P}(A \cap B|C^c) = 0{,}2,$$

$$\mathbb{P}(A \cap B^c|C^c) = 0{,}4 \text{ e}$$

$$\mathbb{P}(A^c \cap B|C^c) = 0{,}4.$$

A probabilidade de uma pessoa ao acaso ser culpada deste crime é $\mathbb{P}(C) = 0{,}1$. A probabilidade de o suspeito ser culpado dado que somente a evidência A foi provada é:

(a) $\frac{1}{19}$.
(b) $\frac{2}{100}$.
(c) $\frac{3}{10}$.
(d) $\frac{3}{39}$.
(e) $\frac{2}{10}$.

8) Considere $X_1, \cdots, X_n$ uma amostra aleatória de uma distribuição Bernoulli com média $p \geq \frac{3}{4}$. Nesse caso específico, o estimador de máxima verossimilhança de p, denotado por $\hat{p}$, caso exista, é dado pelo valor de $p \in [3/4, 1]$ que maximiza a função de verossimilhança $L(p) = \prod_{i=1}^{n} p^{x_i}(1-p)^{1-x_i}$.

Denotando a média amostral por $\overline{X}_n$, é correto afirmar que o estimador de máxima verossimilhança de p é dado por:

(a) $\hat{p} = \overline{X}_n$.
(b) $\hat{p} = \min\left\{\overline{X}_n, \frac{3}{4}\right\}$.
(c) $\hat{p} = \frac{3}{4}$.
(d) $\hat{p} = \max\left\{\overline{X}_n, \frac{3}{4}\right\}$.
(e) $\hat{p} = \frac{\overline{X}_{n+\frac{3}{4}}}{2}$

9) Seja X uma variável aleatória com função distribuição F_X absolutamente contínua e com função densidade associada f_X simétrica em torno da origem. É correto afirmar que $\int_0^\infty F_X(x) f_X(x) dx$ é igual a:

   (a) $\frac{3}{8}$.
   (b) $\frac{1}{2}$.
   (c) $\frac{1}{8}$.
   (d) $\frac{3}{4}$.
   (e) $\frac{2}{3}$.

10) Um equipamento automático de envase de iogurte é ajustado para encher potes com $150g$ de produto. Em auditorias internas, sabe-se que o processo apresenta variância conhecida de $9g^2$. Para verificar a estabilidade do equipamento, uma amostra aleatória de 36 potes é coletada, resultando em média amostral de $151{,}1g$. A equipe de qualidade deseja avaliar, ao nível de significância de 5%, se há evidência estatística de que a média verdadeira de envase não é $150g$, o que justificaria a necessidade de ajuste na máquina. Dados dos percentis da distribuição normal: $\Phi^{-1}(0{,}95) = 1{,}64$ e $\Phi^{-1}(0{,}975) = 1{,}96$.

    Com base nessas informações, qual conclusão é correta?

    (a) O valor da estatística de teste excede o valor crítico para um teste bicaudal ao nível de 5%. Portanto, há evidência de que a média difere de $150g$ e a máquina deve ser ajustada.
    (b) Como a média amostral está acima do valor nominal $(150g)$, conclui-se automaticamente que a máquina está desregulada, independentemente do teste.
    (c) Como a variância é conhecida, o teste apropriado seria o teste t de Student. Como não há diferença significativa, a máquina não precisa de ajuste.
    (d) O intervalo de confiança de 95% para a média é necessariamente simétrico em torno de $150g$ e, por isso, não pode ser usado para concluir sobre ajuste.
    (e) A estatística de teste fica dentro da região de não rejeição ao nível de 5%. Portanto, não há evidências suficientes de que a média difira de $150g$ e a máquina não precisa de ajuste.

Área de Computação

11) Sejam A e B proposições lógicas. Denote o conectivo da disjunção lógica por $\vee$, da conjunção por $\wedge$, da bicondicional por $\leftrightarrow$ e da negação por $'$. Sobre as leis de De Morgan é válido que:

(a) $(A \vee B)' \leftrightarrow A' \vee B'$.

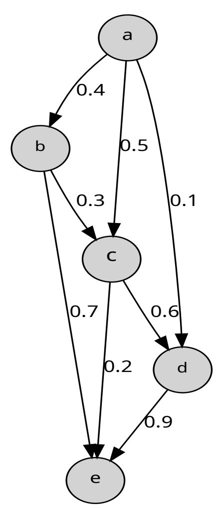
(b) $(A \wedge B)' \leftrightarrow A' \wedge B'$.

(c) $(A \vee B)' \leftrightarrow A \wedge B$.

(d) $(A \wedge B)' \leftrightarrow A \vee B$.

(e) Nenhuma das alternativas anteriores.

12) Numa pequena cidade com cinco bairros (a, b, c, d, e), Joãozinho certa vez teve tanto azar que foi assaltado em duas vias distintas quando fazia um certo percurso. Na cidade, existem oito vias de sentido único conectando diretamente alguns desses bairros como indicado na figura abaixo. Sabe-se a probabilidade de ser assaltado em cada via, informada ao lado de cada uma delas. Pensando na situação, ele implementou um algoritmo para enumerar todos os caminhos entre o bairro a e o bairro e para descobrir as chances de ser assaltado nesses caminhos. Qual é o caminho mais inseguro para um deslocamento do bairro a ao bairro e e a probabilidade de ser assaltado nesse caminho?



(a) Caminho $a \to b \to e$, com probabilidade de assalto igual a 0,28.

(b) Caminho $a \to b \to c \to d \to e$, com probabilidade de assalto igual a 0,9832.

(c) Caminho $a \to d \to e$, com probabilidade de assalto igual a 1,00.

(d) Caminho $a \to b \to c \to e$, com probabilidade de assalto igual a 0,90.

(e) Nenhuma das alternativas anteriores.

13) Observe os Algoritmos 1 e 2 que recebem como entrada um número inteiro e um número natural, respectivamente, e imprimem o valor de uma expressão com base no valor de entrada.

Algoritmo 1: MAPEAMENTOINTEIRO(N)

Entrada: N // um número inteiro
Saída: Impressão do resultado de uma expressão em função de N
início
  var: valor: **inteiro** // variável inteira
  se $N \geq 0$ **então**
    valor = $2 \times N$
  fim
  senão
    valor = $-(2 \times N + 1)$
  fim
  Imprima valor
fim

Algoritmo 2: MAPEAMENTONATURAL(N)

Entrada: N // um número natural
Saída: Impressão do resultado de uma expressão em função de N
início
  var: valor: **inteiro** // variável inteira
  se N *é par* **então**
    valor = $N/2$
  fim
  senão
    valor = $-(N + 1)/2$
  fim
  Imprima valor
fim

Sobre esses algoritmos, podemos afirmar que:

(a) O conjunto dos números inteiros está contido no dos números naturais, pois há um mapeamento de todo inteiro em um número natural.

(b) O conjunto dos números naturais é igual ao dos números inteiros, pois há um mapeamento de todo número natural em um número inteiro e vice-versa.

(c) Existe uma bijeção entre os elementos do conjunto dos números naturais e o dos números inteiros.

(d) O conjunto dos números inteiros tem mais elementos do que o dos números naturais.

(e) Nenhuma das respostas anteriores.

14) O produto cartesiano $B \times C$ dos conjuntos B e C nessa ordem é o conjunto dos pares ordenados $B \times C = \{(b, c) \,|\, b \in B,\, c \in C\}$. Assuma um elemento x desses conjuntos ser provido de um tamanho, denotado por $|x|$. A operação sequência de um conjunto X, denotada por $SEQ(X)$, é definida como sendo a união infinita $SEQ(X) = X^0 \cup X^1 \cup X^2 \cup X^3 \cup X^4 \cup \cdots$. A notação $X^k = X \times X \times \cdots \times X$ representa o produto cartesiano de X por ele mesmo k vezes, para um dado natural k. Para o caso $k = 0$, temos o conjunto vazio $X^0 = \emptyset = \{\epsilon\}$ (elemento neutro do produto cartesiano) em que assumimos ϵ ser uma abstração de tamanho zero, de forma que $X \times \emptyset = \emptyset \times X = X$. O tamanho de uma t-upla de tamanho k é igual à soma de seus k elementos. Por exemplo, para k=2, $|(b, c)| = |b| + |c|$. Considere o conjunto $X = \{\circ, \bullet\bullet\}$ com dois elementos, em que $|\circ| = 1$ e $|\bullet\bullet| = 2$. Em $SEQ(\{\circ, \bullet\bullet\})$ existem quantos elementos de tamanho 5?

(a) 6.

(b) 7.

(c) 8.

(d) 9.

(e) Nenhuma das alternativas anteriores.

15) Sobre o número $15^{100} - 1$, podemos afirmar que

(a) Tem mais de 200 casas decimais.

(b) É divisível por 7.

(c) Tem no máximo 100 casas decimais.

(d) É um número ímpar.

(e) É um número primo.