Universidade Federal do Ceará
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

Prova Escrita de Múltipla Escolha - Seleção MMQ 2026-2

Instruções

- Verifique, após autorização para o início da prova, se este caderno contém 15 questões de múltipla escolha, numeradas de 1 a 15. Caso contrário, solicite ao fiscal da sala um outro caderno. , A Folha de Respostas será fornecida após uma hora do início da prova.
- Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa.
- Preencha seu número de inscrição (o do cadastro no SIGAA) em sua FOLHA DE RESPOSTAS, sem assinatura ou qualquer símbolo que possibilite identificar o candidato. A não observância dessa obrigação elimina o candidato.
- O tempo mínimo de permanência do(a) candidato(a) em sala de aplicação é de uma hora após seu início.
- Leia cuidadosamente as questões e escolha a resposta certa de cada uma delas.
- As respostas devem ser marcadas na FOLHA DE RESPOSTAS, preenchendo todo o campo referente à letra (A,B,C,D,E) da resposta de cada questão, utilizando-se de caneta esferográfica Azul ou Preta.
- Não serão computadas questões não assinaladas, que contenham mais de uma resposta, emenda ou rasura.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta.
- É proibido o uso de aparelhos eletrônicos. Celulares devem estar desligados. Caso toque, o(a) candidato(a) será eliminado(a).
- O tempo de prova é de 3 (três) horas.
- Ao término da prova devolva este caderno (se antes de 2h30min de prova), juntamente com sua FOLHA DE RESPOSTAS.

Área de Matemática

1) Em finanças quantitativas, um conjunto de fundos de investimento é considerado redundante se a carteira de retornos de um deles puder ser replicada por uma combinação linear dos outros. Um gestor analisa três ativos com vetores de retornos históricos em três cenários: $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, 1)$ e $v_3 = (2, 1, a)$. Para que esses ativos **não** formem uma carteira redundante, o parâmetro a deve satisfazer:

   (a) $a = -1$.

   (b) $a \neq -1$. **(GABARITO)**

   (c) $a = 1$.

   (d) $a \neq 1$.

   (e) $a \neq 0$.

2) Uma chapa metálica quadrada está sendo aquecida de forma que a medida do seu lado x aumenta a uma taxa constante de 2 cm/min. Sabendo que o lado inicial da chapa mede 10 cm, a área final da chapa após 4 minutos de aquecimento é de:

   (a) 144 cm^2.

   (b) 225 cm^2.

   (c) 324 cm^2. **(GABARITO)**

   (d) 400 cm^2.

   (e) 576 cm^2.

3) Em softwares de computação gráfica, a rotação de objetos em torno da origem é feita multiplicando o vetor de coordenadas pela matriz de rotação $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$. Se um vértice de um polígono inicialmente na coordenada $(1, 0)$ é rotacionado por um ângulo θ de modo que sua nova posição seja $(1/2, \sqrt{3}/2)$, o resultado da mesma transformação geométrica no ponto $(1, 1)$ o colocará nas coordenadas:

   (a) $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$. **(GABARITO)**

   (b) $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$.

   (c) $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}, \frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$.

   (d) $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$.

   (e) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

4) Uma população de bactérias em um meio de cultura restrito cresce de forma que o seu tamanho (em milhares de indivíduos) após t horas seja modelado por $P(t) = \frac{50e^t}{e^t+t}$. Qual é a capacidade máxima de suporte deste ambiente, ou seja, o limite da população quando o tempo tende ao infinito ($t \to \infty$)?

   (a) 25 mil.

   (b) 50 mil. **(GABARITO)**

   (c) 100 mil.

   (d) ∞.

   (e) 0.

5) Um determinado produto tem demanda $\delta(p) = 16 - p^2$ e a oferta $\omega(p) = p^2 - 2$ em função do preço $p \geq 0$. Em quanto, no máximo, a demanda pode superar a oferta?

   (a) 14.

   (b) 16.

   (c) 18. **(GABARITO)**

   (d) 20.

   (e) 22.

ÁREA DE ESTATÍSTICA

6) Uma universidade deseja avaliar se a proporção de estudantes favoráveis à adoção permanente de aulas híbridas é igual a 40%. Para isso, foi selecionada uma amostra aleatória de 150 estudantes, dos quais 48 declararam ser favoráveis à medida. Deseja-se testar, ao nível de significância de 5%, as hipóteses

$$\mathcal{H}_0 : p = 0,40 \qquad \text{versus} \qquad \mathcal{H}_1 : p \neq 0,40,$$

em que p representa a proporção populacional de estudantes favoráveis às aulas híbridas. Dados os seguintes quantis da distribuição Normal padrão:

$$\Phi^{-1}(0,90) = 1,28, \qquad \Phi^{-1}(0,95) = 1,64, \qquad \Phi^{-1}(0,975) = 1,96.$$

Com base nessas informações, assinale a alternativa correta.

(a) Como 32% dos estudantes da amostra são favoráveis às aulas híbridas, conclui-se diretamente que a proporção populacional de estudantes favoráveis é inferior a 40%.

(b) A estatística de teste é igual a $-2,00$ e, como é negativa, deve ser comparada com $-1,64$. Como $-2,00 < -1,64$, rejeita-se $\mathcal{H}_0$ ao nível de 5%.

(c) Utilizando a proporção amostral no denominador da estatística de teste, obtém-se aproximadamente $Z = -2,10$. Portanto, esse é o procedimento correto para testar $\mathcal{H}_0 : p = 0,40$.

(d) Como a diferença entre 32% e 40% é de 8 pontos percentuais, conclui-se que essa diferença não pode ser estatisticamente significativa.

(e) A estatística de teste é igual a $-2,00$ e deve ser comparada com $1,96$. Como $|-2,00| > 1,96$, há evidências estatísticas suficientes, ao nível de 5%, para concluir que a proporção populacional de estudantes favoráveis difere de 40%. **(GABARITO)**

7) Seja X uma variável aleatória contínua com distribuição exponencial de parâmetro $\lambda > 0$, cuja função densidade de probabilidade é dada por

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \qquad x > 0.$$

Considere a transformação $Y = e^{-\lambda X}$. Sobre a distribuição de Y, assinale a alternativa correta.

(a) Y possui distribuição exponencial com parâmetro 1.

(b) Y possui distribuição uniforme no intervalo $(0, 1)$. **(GABARITO)**

(c) Y possui distribuição beta com parâmetros $(2, 1)$.

(d) A função densidade de Y é dada por $f_Y(y) = \lambda y^{\lambda-1}$, com $0 < y < 1$.

(e) A variável aleatória Y assume valores apenas no intervalo $(1, \infty)$.

8) Seja X uma variável aleatória discreta com suporte em $\{1, 2, \ldots, n\}$, em que $n \geq 2$. Suponha que as probabilidades associadas aos possíveis valores de X formem uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$, isto é,

$$\mathbb{P}(X = x) = k \left(\frac{1}{2}\right)^x, \qquad x = 1, 2, \ldots, n,$$

em que $k > 0$ é uma constante de normalização. O valor de k é igual a

(a) 1.
(b) $\dfrac{2^n}{2^n - 1}$. **(GABARITO)**
(c) $\dfrac{2^n - 1}{2^n}$.
(d) $\dfrac{1}{2^n}$.
(e) $\dfrac{2^{n-1}}{2^n - 1}$.

9) Uma escola utiliza um teste de triagem para identificar estudantes que podem necessitar de acompanhamento pedagógico adicional. Estudos anteriores indicam que aproximadamente 10% dos estudantes realmente necessitam desse acompanhamento. O teste identifica corretamente 90% desses estudantes, mas também produz resultado positivo para 20% daqueles que não necessitam de acompanhamento. Um estudante é selecionado ao acaso e obtém resultado positivo no teste. Qual é a probabilidade de que ele realmente necessite de acompanhamento pedagógico adicional?

(a) $\dfrac{1}{10}$.
(b) $\dfrac{1}{3}$. **(GABARITO)**
(c) $\dfrac{4}{5}$.
(d) $\dfrac{9}{10}$.
(e) $\dfrac{9}{11}$.

10) Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes, com variâncias finitas e médias iguais. Então, o valor de $\mathbb{E}[(X - Y)^2]$ é igual a:

(a) $\mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y)$. **(GABARITO)**
(b) $2\ \mathrm{Cov}(X, Y)$.
(c) 0.
(d) $\mathrm{Var}(X) - \mathrm{Var}(Y)$.
(e) $[\mathbb{E}(X) - \mathbb{E}(Y)]^2$.

Área de Computação

11) Sobre o tema de lógica formal, qual dos itens abaixo é correto:

(a) Uma proposição lógica é uma sentença que pode ter valor falso, neutro ou verdadeiro.

(b) Dadas duas proposições lógicas A e B, podemos expressar na língua portuguesa $A \to B$ como B é uma condição suficiente para A.

(c) A conjunção de duas proposições lógicas A e B é expressa como $A \cup B$.

(d) A negação da proposição lógica 'Zeca é alto e magro' é 'Zeca é baixo e gordo'.

(e) Nenhum das alternativas anteriores. **(GABARITO)**

12) Quanto às principais técnicas de demonstração de resultados matemáticos e suas situações de uso, para provar $P \to Q$, sendo P e Q proposições, é falso afirmar:

(a) Demonstração por exaustão verifica $P \to Q$ para todos os casos possíveis, sendo empregada quando o número de casos é finito e, de preferência, pequeno.

(b) Demonstração direta supõe P e deduz Q, sendo uma abordagem comumente empregada.

(c) Demonstração por contraposição supõe a negação Q' de Q e deduz P', a negação de P, sendo uma abordagem empregada quando Q' parecer dar mais munição para a prova do que P.

(d) Demonstração por indução matemática supõe um caso base para P, assume como hipótese P ser válida para o caso $n \in \mathbb{N}$ e deduz como tese Q ser válida para o caso $n + 1$, sendo uma abordagem empregada quando se conhece uma fórmula para $P \to Q$. **(GABARITO)**

(e) Demonstração por absurdo supõe que P e a negação Q' ocorrem simultaneamente, deduzindo daí uma contradição, sendo usando quando Q disser que alguma coisa não é verdade.

13) Quatro irmãs gêmeas idênticas e igualmente vestidas ocupam inicialmente quatro lugares alternados em uma mesa redonda com oito lugares, de forma que nenhuma delas esteja sentada ao lado de outra irmã. As irmãs estão indistinguíveis entre si e seus quatro maridos não conseguem identificá-las na situação. De quantos modos distintos os quatro maridos podem ocupar os lugares restantes à mesa, de modo que nenhum marido se sente ao lado de sua própria esposa?

(a) 6.

(b) 24.

(c) 1.

(d) 2. **(GABARITO)**

(e) Nenhuma das respostas anteriores.

14) Sobre o princípio fundamental da contagem e o princípio da inclusão-exclusão em combinatória, é correto afirmar:

(a) Se A e B são dois conjuntos disjuntos então, pelo princípio aditivo, o número de elementos na união desses conjuntos é o produto de seus elementos individualmente.

(b) Se um evento é composto por n etapas sucessivas e independentes, e cada etapa pode ser realizada um número específico de possibilidades distintas, pelo princípio multiplicativo, o total de modos distintos de realizar esse evento é a soma do número de possibilidades dessas n etapas.

(c) Dados os conjuntos A, B e C, pelo princípio da inclusão-exclusão, a quantidade de elementos na união $A \cup B \cup C$ é dado por $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A) \times n(B) - n(A) \times n(C) - n(B) \times n(C) + n(A) \times n(B) \times n(C)$.

(d) Para o caso de um conjunto B ser subconjunto de um conjunto A, o princípio aditivo não se aplica e $n(A \cup B) = n(B)$.

(e) Sejam os conjuntos $A = \{i \in \mathbb{N} \,|\, 0 \leq i \leq p\}$ e $B = \{-i \in \mathbb{N} \,|\, 0 \leq i \leq p\}$, para algum inteiro não-negativo p. Então, para a união desses conjuntos o princípio aditivo se aplica e $n(A \cup B) = 2p + 2$. **(GABARITO)**

15) Um aluno propôs o Algoritmo 1 seguinte para determinar informações sobre os conjuntos D, D2, D3 e D5 de divisores positivos de 1800, dada sua fatoração $2^3 \times 3^2 \times 5^2$. Sobre esse algoritmo, podemos afirmar que ao final de sua execução:

(a) O conjunto D tem menos que 30 elementos.

(b) O conjunto D_3 tem mais elementos que D_5.

(c) A quantidade de elementos que estão em D_2 e D_3, mas não em D_5 é 12.

(d) O valor de CONT é 16 e representa a quantidade de elementos que pertencem a exatamente dois dos conjuntos D_2, D_3, ou D_5. **(GABARITO)**

(e) Nenhuma das respostas anteriores.

Algoritmo 1: Curiosidade Sobre Divisores de 1800

```
Entrada: Fatoração 2^3 × 3^2 × 5^2 do inteiro 1800
Saída: Conjuntos D, D2, D3, D5 e valor da variável CONT
início
    var: a, b, c, CONT: inteiro // variáveis inteiras
    var: D, D2, D3, D5: conjunto // variáveis tipo conjunto numérico
    D ← ∅; D_2 ← ∅; D_3 ← ∅; D_5 ← ∅; CONT ← 0;
    para a ← 0 até 3 faça
        para b ← 0 até 2 faça
            para c ← 0 até 2 faça
                d ← 2^a × 3^b × 5^c;
                D ← D ∪ {d};
                se a ≥ 1 então
                    D_2 ← D_2 ∪ {d};
                fim
                se b ≥ 1 então
                    D_3 ← D_3 ∪ {d};
                fim
                se c ≥ 1 então
                    D_5 ← D_5 ∪ {d};
                fim
                então
            fim
        fim
    fim
    para d ∈ D faça
        m ← 0;
        if d ∈ D_2 then
            m ← m + 1;
        end
        if d ∈ D_3 then
            m ← m + 1;
        end
        if d ∈ D_5 then
            m ← m + 1;
        end
        if m = 2 then
            CONT ← CONT + 1;
        end
    fim
    Retorne D, D_2, D_3, D_5, CONT;
fim
```